



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

ESCOLA POLITÉCNICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA INDUSTRIAL - PEI

ERISVALDO BITENCOURT DE JESUS

**CARACTERIZAÇÃO HIDRODINÂMICA DE CIRCUITOS INDUSTRIAIS DE
TRATAMENTO DE MINÉRIO AURÍFERO**

Salvador

2014



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

ESCOLA POLITÉCNICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA INDUSTRIAL - PEI

ERISVALDO BITENCOURT DE JESUS

**CARACTERIZAÇÃO HIDRODINÂMICA DE CIRCUITOS INDUSTRIAIS DE
TRATAMENTO DE MINÉRIO AURÍFERO**

Dissertação apresentada ao PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA INDUSTRIAL, da ESCOLA POLITÉCNICA, UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA como requisito para a obtenção do grau de Mestre em ENGENHARIA INDUSTRIAL

Orientador: Prof. Dr. Luiz Rogério Pinho de Andrade Lima

Salvador

2014

“CARACTERIZAÇÃO HIDRODINÂMICA DE CIRCUITOS INDUSTRIAIS DE
TRATAMENTO DE MINÉRIO AURÍFERO”

ERISVALDO BITENCOURT DE JESUS

Dissertação submetida ao corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Industrial da Universidade Federal da Bahia como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de mestre em Engenharia Industrial

Examinada por:

Prof. Dr. Luiz Rogério Pinho de Andrade Lima_____

Doutor em Engenharia Metalúrgica pela Université Laval, Canadá - 2000

Prof. Dr. Cristiano Hora de Oliveira Fontes_____

Doutor em Engenharia Química pela Universidade Estadual de Campinas, Brasil - 2001

Prof. Dr. Marcelo Borges Mansur_____

Doutor em Engenharia Química pelo Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa em Engenharia (COPPE), Brasil - 2001

Prof. Dr. Adriane Salum_____

Doutora em Engenharia Metalúrgica e de Minas pela Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil - 1998

Salvador, BA – BRASIL

Julho / 2014

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer as pessoas que me auxiliaram no processo de aprendizado e aquelas que de maneira direta ou indireta participaram na realização deste trabalho.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Industrial pela oportunidade e disponibilidade de estrutura, necessária para a realização deste trabalho.

Em especial aos meus pais, Maria Angélica Bitencourt de Jesus e Orisvaldo Pereira de Jesus, e a meu irmão, Osmar Bonfim Bitencourt de Jesus, pelo amor, ensinamentos e apoio nesta trajetória.

A minha amada esposa, Carolina Santos Bitencourt, pelo amor, carinho, paciência, compreensão e apoio sem os quais não seria possível a realização deste sonho.

A meu orientador, professor Luiz Rogério Pinho de Andrade Lima, pela oportunidade de desenvolver este trabalho e crescer profissionalmente. Muito obrigado pela orientação, confiança, incentivo, e principalmente, amizade – sem os quais este trabalho não teria sido realizado.

Aos amigos Josevando Nunes e Carmel Suzarte Aires Vasconcelos por toda ajuda necessária à realização da parte experimental deste trabalho e pela amizade e excelente convívio. Obrigado pelo apoio!

Aos amigos Mariana Gonçalves, Sara Agrela, Ana Carolina Souza, e Luiza Zenaide Santana, pelo apoio e convívio nas diversas atividades de laboratório

Ao amigo Ivan Silva Miranda Junior pelo incentivo e por suas inúmeras contribuições técnicas além das revisões textuais. Muito obrigado meu amigo!

À Mineração Fazenda Brasileiro e aos Engenheiros Jeã de Lima Silva, e Gabriel Sapucaia, pelo apoio para a realização da parte experimental deste trabalho

Ao Professor Sergio Ferreira (Departamento de Química Analítica da UFBA) e aos Professores José Antonio Menezes Filho e Sergio S. Prado Oliveira (Laboratório de Toxicologia, Departamento de Farmácia da UFBA) pelo apoio na realização das análises químicas.

A todos aqueles que de forma direta ou indireta colaboraram com a realização deste trabalho. Muito obrigado!

RESUMO

Este trabalho apresenta a caracterização hidrodinâmica de circuitos industriais de tratamento de minério aurífero. Ensaio industriais de estímulo-resposta foram realizados para a obtenção das distribuições do tempo de residência da fase líquida de um circuito industrial de moagem-classificação e de um circuito industrial de lixiviação de ouro em tanques agitados. Simulações foram realizadas, a partir de dados operacionais, para estimar a duração e intervalo de coleta das amostras. Soluções de LiCl em água foram utilizadas como traçador. No primeiro estudo, o tempo de residência médio da fase líquida foi de 8,3 min, enquanto a variância da distribuição é de 65,7 min². Um modelo composto por uma associação de reatores de fluxo pistonado e misturadores perfeitos foi usado para descrever a distribuição global do circuito. No segundo estudo, os tempos de residência médios da fase líquida, obtida nas saídas de quatro tanques da cascata, foram menores que os tempos nominais de residência da polpa. Uma superestrutura genérica, composto por reatores de fluxo pistonado, misturadores perfeitos e misturadores com troca entre zonas ativa e estagnada, foi usada para descrever as distribuições experimentais. A falta de ramificações indica a ausência de formação de caminhos preferenciais. Em ambos os estudos, os modelos encontrados podem ser usados em associação com as equações cinéticas de dissolução de ouro para simular os processos de lixiviação industrial, iniciada no circuito de moagem-classificação e/ou para simular mais realisticamente os processos de lixiviação industrial em tanques agitados.

Palavras-chaves: Hidrodinâmica, estímulo-resposta, circuitos industriais, moagem-classificação, lixiviação, modelagem

ABSTRACT

This paper presents the hydrodynamic characterization of industrial circuits treatment of auriferous ore. Industrial stimulus-response tests were performed to obtain the distribution of the residence time of the liquid phase of an industrial grinding-classification circuit, and an industrial circuit gold leaching in agitated tanks. Simulations were performed from operational data, to estimate the duration and range of sample collection. LiCl solution in water were used as tracer. In the first study, the average residence time of the liquid phase was 8.3 min, while the variance of the distribution is 65.7 min^2 . A model consisting of a combination of perfect mixers and plug flow reactors was used to describe the global distribution of the circuit. In the second study, the average residence time of the liquid phase, obtained from outputs of four tanks of the cascade, were lower than the nominal residence time of the pulp. A generic superstructure composed plug flow reactors, mixers perfect and mixers with exchange between active and stagnant zones, was used to describe the experimental distributions. The lack of branching indicates no formation of preferential paths. In both studies, found models can be used in combination with kinetic equations of dissolution of gold to simulate the industrial bleaching processes, starting from grinding, classification and / or circuitry to more realistically simulate the industrial processes of leaching tanks agitated.

Keywords: Hydrodynamics, stimulus-response, industrial circuits, grinding-classification, leaching, modeling.

SUMÁRIO

CAPÍTULO I	1
INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO II	6
ASPECTOS TEÓRICOS	6
2.1. Escoamento não ideal	6
2.2. Distribuição de idade interna, tempo de residência e intensidade	7
2.3. Medida experimental da distribuição do tempo de residência	10
2.4. Modelos hidrodinâmicos	11
2.4.1. Modelo de tanque em série	11
2.4.2. Modelo de dispersão	13
2.4.3. Modelo compartimentado	16
CAPÍTULO III	22
REVISÃO DA BIBLIOGRAFIA	22
CAPÍTULO IV	32
DESCRIÇÃO DA USINA E CIRCUITOS INDUSTRIAIS AVALIADOS	32
4.1. Usina de beneficiamento da Mineração Fazenda Brasileiro	32
4.2. Circuito de moagem-classificação	34
4.2.1. Características construtivas do circuito de moagem-classificação	34
4.2.2. Características operacionais do circuito de moagem-classificação	35
4.3. Circuito de lixiviação	36
4.3.1. Características construtivas do circuito de lixiviação	36
4.3.2. Características operacionais do circuito de lixiviação	38
CAPÍTULO V	39
MATERIAIS E MÉTODOS	39
5.1. Seleção do traçador	39
5.2. Ensaio de estímulo-resposta no circuito de moagem-classificação	40

5.3. Ensaio de estímulo-resposta no circuito de lixiviação	43
5.4. Determinação dos parâmetros dos modelos propostos	45
CAPÍTULO VI	47
RESULTADOS: ESTUDO DE CASO 1	47
6.1. Balanço de massa do circuito fechado de moagem-classificação	47
6.2. Hidrodinâmica do circuito fechado de moagem-classificação	50
6.2.1. Distribuições adimensionais do circuito de moagem-classificação	53
6.2.2. Modelagem do circuito de moagem-classificação	55
CAPÍTULO VII	
RESULTADOS: ESTUDO DE CASO 2	59
7.1. Hidrodinâmica do circuito de lixiviação	59
7.1.1. Distribuições adimensionais do circuito de lixiviação	65
7.1.2. Modelagem do circuito de lixiviação	71
CAPÍTULO VIII	78
CONCLUSÕES	78
CAPÍTULO IX	81
REFERÊNCIAS	81
APÊNDICE A - Formalização matemática para a reconciliação de dados do balanço de massa do circuito de moagem-classificação	86
APÊNDICE B - Código computacional utilizado para a reconciliação dos dados do circuito fechado de moagem-classificação	96
APÊNDICE C - Código utilizado para a obtenção do ajuste da distribuição experimental do circuito de moagem classificação ao modelo	103
APÊNDICE D - Código utilizado para a obtenção dos ajustes das distribuições experimentais do circuito de lixiviação	106
APÊNDICE E - Produções bibliográficas	109

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AAS	Espectrometria de absorção atômica
COBEQ	Congresso Brasileiro de Engenharia Química
CSTR	Reator de mistura perfeita
CSTR - SZ	Reator de mistura com troca de massa entre zonas ativa e estagnada
DTR	Distribuição do tempo de residência
ENTMME	Encontro Nacional de Tratamento de Minérios e Metalurgia Extrativa
PFR	Reator de escoamento pistonado
MATLAB	<i>Matrix laboratory</i>
MFB	Mineração Fazenda Brasileiro

LISTA DE SÍMBOLOS

C	Concentração do traçador
Cl	Cloro
cm	Unidade de comprimento, centímetro
C_w	Concentração mássica de sólidos
D	Coeficiente de dispersão axial
dI / dt	Representação genérica da derivada da função I em relação ao tempo
E	Distribuição do tempo de residência
e	Número neperiano
E_i	Distribuição do tempo de residência iésima observada
$\hat{E}_i$	Distribuição do tempo de residência iésima predito pelo modelo
f_a	Fração do volume do reator de zona ativa
g/t	Unidade de teor, grama por tonelada
G_c	Função de transferência, no domínio de Laplace, de um reator de mistura perfeita
G_d	Função de transferência, no domínio complexo de Laplace, de um reator de mistura com troca de massa entre zonas ativa e estagnada
G_p	Função de transferência, no domínio de Laplace, de um reator de escoamento pistonado
G_R	Função de transferência, no domínio de Laplace, resultante da associação
I	Distribuição de idade interna
J	Soma dos desvios quadráticos
k	Instante de amostragem

K	Número de reatores de escoamento pistonado no modelo
kW	Unidade de potência, quilowatt
L	Comprimento
L	Número de reatores de mistura perfeita
Li	Lítio
m	Unidade de comprimento, metro
M	Número de reatores de mistura com troca de massa entre zonas ativa e estagnada
m^3	Unidade de volume, metro cúbico
mL	Unidade de volume, mililitro
mm	Unidade de comprimento, milímetro
N	Número de misturadores perfeitos de iguais tamanhos
NT	Número total de amostras
P_e	Número de Peclet
Q	Vazão volumétrica
Q_L	Vazão volumétrica de líquido
Q_p	Vazão volumétrica de polpa
Q_s	Vazão volumétrica de sólidos
R^2	Coeficiente de regressão
s	Variável de Laplace
S	Desvio padrão de um conjunto de dados
t	Tempo
t/h	Unidade de vazão mássica, tonelada por hora
V_n	Volume dos tanques na cascata

V_o	Volume da cada tanque
X	Representa a média aritmética de um conjunto de dados
z	Distância axial adimensional

LETRAS GREGAS

$\partial^2 C / \partial z^2$	Representa a segunda derivada parcial da variável C em relação à variável z
$\partial C / \partial z$	Representa a primeira derivada parcial da variável C em relação à variável z
$\partial C / \partial \theta$	Representa a primeira derivada parcial da variável C em relação à variável θ
∞	Infinito
v	Velocidade axial
Δ	Variação
θ	Tempo adimensional obtido pela relação entre o tempo e o tempo de residência médio
Λ	Função intensidade
λ	Fração da taxa de fluxo que é trocado entre as zonas ativa e estagnada
λ	Laplaciano
μ	Micra
π	Número adimensional PI
δ	Função delta de Dirac
τ	Tempo de residência médio
τ_n	Tempo de residência nominal da polpa

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Tipos de escoamento não ideal [Adaptada de Levenspiel (1999)]	8
Figura 2.2: Curvas de DTR para o modelo de tanques em série	13
Figura 2.3: Distribuições adimensionais para pequenos desvios do escoamento pistonado	15
Figura 2.4: Distribuições adimensionais para grandes desvios do escoamento pistonado	16
Figura 2.5: Combinação de um reator de escoamento pistonado com um misturador perfeito	19
Figura 2.6: Efeito de diferentes tamanhos de misturadores perfeitos na cascata	20
Figura 2.7: Efeito do número de parâmetros do modelo	20
Figura 2.8: Efeito da zona estagnada	21
Figura 2.9: Efeito da saída antecipada de fluidos na distribuição	21
Figura 3.1: DTR adimensional observada e predita da etapa de desbaste da flotação industrial (<i>rougher</i>) para a fase líquida [Adaptada de Yianatos <i>et al.</i> (2001)]	24
Figura 3.2: DTR adimensional observada e predita da etapa de desbaste da flotação industrial (<i>rougher</i>) para a fase sólida [Adaptada de Yianatos <i>et al.</i> (2001)]	24
Figura 3.3: DTR adimensional observada e predita do tanque de lixiviação industrial [Adaptada de Andrade Lima e Hodouin (2005)]	25
Figura 3.4: DTR observada e predita pelo modelo para diferentes vazões [Adaptada de Andrade Lima (2006)]	26
Figura 3.5: DTR observada e predita pelo modelo do rejeito da célula de flotação para a fase líquida [Adaptada de Yianatos <i>et al.</i> (2008b)]	27
Figura 3.6: DTR observada e predita pelo modelo do rejeito da célula de flotação para a fase sólida (partículas maiores que 150 μm) [Adaptada de Yianatos <i>et al.</i> (2008b)]	28
Figura 3.7: Ajuste do modelo de mistura com troca entre zona ativa e estagnada aos dados observados [Adaptada de Stegowski <i>et al.</i> (2010)]	29

Figura 3.8: DTR observada e predita da descarga do moinho de bolas em circuito aberto com grau de enchimento de 25% [Adaptada de Makokha <i>et al.</i> (2011)]	30
Figura 3.9: DTR observada e predita da descarga do moinho de bolas em circuito aberto com grau de enchimento de 30% [Adaptada de Makokha <i>et al.</i> (2011)]	30
Figura 4.1: Fluxograma da usina de beneficiamento da Mineração Fazenda Brasileiro (MFB) [Fonte: Mineração Fazenda Brasileiro]	32
Figura 4.2: Circuito industrial de moagem-classificação da MFB	35
Figura 4.3: Circuito de lixiviação industrial em tanque agitado da Mineração Fazenda Brasileiro (MFB) [Fonte: Mineração Fazenda Brasileiro]	36
Figura 4.4: Detalhes do sistema de agitação dos tanques de lixiviação da MFB [Fonte: Mineração Fazenda Brasileiro]	37
Figura 4.5: Circuito de lixiviação industrial – linha 1	38
Figura 5.1: Pontos de amostragem no circuito industrial de moagem-classificação da MFB	40
Figura 5.2: Bloco diagrama do circuito de moagem e classificação simulado	41
Figura 5.3: Simulação das DTR do circuito de moagem-classificação da linha I da MFB. a) Descarga do moinho. b) Grossos da segunda classificação (Reciclo). c) Finos das classificações (Produto do circuito)	42
Figura 5.4: Pontos de amostragem no circuito de lixiviação industrial – linha 1	43
Figura 5.5: Bloco diagrama do circuito de lixiviação simulado	43
Figura 5.6: Simulação das DTR do circuito de lixiviação industrial em tanque agitado da linha I da MFB. a) Saída do tanque 04 b) Saída do tanque 05 c) Saída do tanque 06 d) Saída do tanque 24	44
Figura 5.7: Algoritmo para estimativa dos parâmetros	46
Figura 6.1: Balanço de materiais reconciliado do circuito de moagem-classificação da MFB – linha 1 (15 à 22/04/2010)	49
Figura 6.2: Concentração de lítio na descarga do moinho	50
Figura 6.3: Concentração de lítio no underflow da primeira classificação	51
Figura 6.4: Concentração de lítio no produto do circuito	51
Figura 6.5: Distribuição do tempo de residência adimensional da descarga do moinho	54

Figura 6.6: Distribuição do tempo de residência adimensional do underflow da primeira classificação	54
Figura 6.7: Distribuição do tempo de residência adimensional no produto do circuito	55
Figura 6.8: Bloco diagrama do circuito de moagem classificação com parâmetros ajustados	57
Figura 6.9: Distribuição do tempo de residência observada e predita pelo modelo da saída do circuito	58
Figura 7.1: Perfil de vazão de sólidos na linha I do circuito de lixiviação	60
Figura 7.2: Perfil de concentração de sólidos em massa na linha I do circuito de lixiviação	60
Figura 7.3: Concentração de lítio na solução em função do tempo na saída do tanque 04	62
Figura 7.4: Concentração de lítio na solução em função do tempo na saída do tanque 05	62
Figura 7.5: Concentração de lítio na solução em função do tempo na saída do tanque 06	63
Figura 7.6: Concentração de lítio na solução em função do tempo na saída do tanque 24	63
Figura 7.7: Relação entre os tempos de residência médios e nominais	64
Figura 7.8: Distribuição do tempo de residência adimensional da saída do tanque 04	66
Figura 7.9: Distribuição do tempo de residência adimensional da saída do tanque 05	66
Figura 7.10: Distribuição do tempo de residência adimensional da saída do tanque 06	67
Figura 7.11: Distribuição do tempo de residência adimensional da saída do tanque 24	67
Figura 7.12: Função intensidade adimensional da saída do tanque 04	69
Figura 7.13: Função intensidade adimensional da saída do tanque 05	70
Figura 7.14: Função intensidade adimensional da saída do tanque 06	70
Figura 7.15: Função intensidade adimensional da saída do tanque 24	71
Figura 7.16: Modelo hidrodinâmico genérico para o circuito de lixiviação industrial	72
Figura 7.17: Distribuição do tempo de residência observada e predita pelo modelo da saída do tanque 04	73

Figura 7.18: Distribuição do tempo de residência observada e predita pelo modelo da saída do tanque 05	73
Figura 7.19: Distribuição do tempo de residência observada e predita pelo modelo da saída do tanque 06	74
Figura 7.20: Distribuição do tempo de residência observada e predita pelo modelo da saída do tanque 24	74
Figura 7.21: Distribuição dos volumes nas saídas dos tanques: a) 04 b) 05; c) 06; d) 24	77

LISTA DE TABELAS

Tabela 6.1: Dados do circuito fechado de moagem-classificação (Adaptada de Santos, 2010)	48
Tabela 6.2: Tempo de residência médio e variância das distribuições	53
Tabela 7.1: Parâmetros do modelo do circuito de lixiviação	75

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Na indústria minero-metalúrgica, diferentes reatores são utilizados para transformar ou separar os componentes minerais em diversas etapas do processo. Porém, em alguns casos, o desconhecimento da hidrodinâmica acarreta reduções consideráveis de desempenho, resultando em prejuízos financeiros. O consumo de energia, reagentes e materiais de desgaste estão diretamente relacionados com as condições operacionais desses equipamentos. A otimização dessas condições passa pela compreensão da dinâmica dos processos, que, por sua vez, pode ser obtida a partir da caracterização hidrodinâmica desses reatores e circuitos industriais.

Tanques de condicionamento, lixiviação, adsorção e dessorção, célula, colunas e tanques de flotação são alguns exemplos de reatores utilizados na indústria minero-metalúrgica. Alguns processos, como a moagem, que envolvem transformações de natureza física, são realizados em equipamentos cuja dinâmica de escoamento pode ser matematicamente representada por modelos com arranjos de reatores ideais. Vários estudos podem ser encontrados na literatura descrevendo o padrão hidrodinâmico de equipamentos isolados. Entretanto, poucos trabalhos são dedicados a descrever o comportamento de circuitos industriais, principalmente aqueles que envolvem recirculação de materiais.

A moagem é uma operação realizada em reatores tubulares, geralmente dotados com corpos moedores que promovem a fragmentação das partículas minerais. Na maioria dos casos, essa operação é realizada na presença de água que atua como promotora do deslocamento das partículas no reator. A moagem de minério fino ocorre em moinhos em

circuitos fechados. Esses circuitos são caracterizados pela presença de cargas circulantes e são extremamente sensíveis a variações operacionais. A diferença de propriedade física entre os minerais, como a densidade, pode afetar o grau de circulação das partículas, resultando em diferentes tempos de residência (DE ANDRADE LIMA e HODOUIN, 2006; DE JESUS *et al.*, 2011).

A lixiviação é um processo hidrometalúrgico amplamente utilizado na extração de metais. Na indústria mineral, a maioria dos processos de lixiviação ocorre em tanques agitados mecanicamente. O conjunto formado pelo tanque agitado e as fases líquida, sólida e gasosa constitui um sistema heterogêneo, que é operado em diferentes configurações com objetivo de promover a máxima extração de um elemento útil, como por exemplo, o ouro. A redução do volume útil do reator, devido à sedimentação de partículas nas paredes do tanque, implica redução do tempo de residência dos elementos no sistema e do tempo de reação (DE ANDRADE LIMA e HODOUIN, 2005; CRUNDWELL, 2005).

O tempo de residência dos elementos de fluido no interior dos reatores afeta fortemente o seu desempenho, devido às variações na taxa de transferência de massa entre as fases envolvidas (DE BACKER e BARON, 1994; CHANDER *et al.*, 2001). A presença de zonas de estagnação nos reatores pode interferir no regime de fluxo dos elementos, promovendo a redução local das reações, enquanto que a existência de caminhos preferenciais pode contribuir para a redução do tempo de reação entre as fases. Portanto, a caracterização do comportamento hidrodinâmico de reatores é fundamental para o processo de modelagem dos fenômenos estudados nesses equipamentos.

A distribuição do tempo de residência (DTR) é uma ferramenta clássica utilizada para estudar o desempenho de reatores não ideais e circuitos industriais (YIANATOS e BERGH, 1992; LELINSKI *et al.*, 2002). Esta ferramenta possibilita diagnosticar a presença de zonas de estagnação, formação de canalizações, que permitem a saída antecipada ou curto-circuito

(*bypass*), e o grau de dispersão e recirculações de fluidos (DANCKWERTS, 1953; LEVENSPIEL, 1999). Os procedimentos para a determinação da DTR consistem da realização de ensaios de estímulo-resposta, no qual a alimentação do sistema é perturbada por um sinal na forma de pulso, degrau, senóide ou variações aleatórias. Esta ferramenta tem sido amplamente utilizada para o desenvolvimento de modelos realísticos para descrever o escoamento de fluidos em reatores complexos. A DTR de reatores descreve seu padrão de fluxo e as propriedades de mistura e pode ser usada em conjunto com modelos cinéticos para a simulação precisa dos processos através de modelos matemáticos (LEVENSPIEL, 1999).

Resultados prévios de ensaios com traçador injetado na forma de pulso, realizados num tanque de lixiviação industrial, demonstram que a hidrodinâmica desse reator se aproxima de um misturador perfeito, podendo ter presença de curto-circuito e zonas de estagnação (de ANDRADE LIMA e HODOUIN, 2005; STEGOWSKI *et al.*, 2010). No caso de moinhos de bolas operados em circuito aberto com alimentação indireta, estudos revelam que a hidrodinâmica desses reatores pode ser bem representada por uma associação de misturadores perfeitos e misturadores com troca entre zonas ativa e estagnada (MAKOKHA *et al.*, 2011). Os resultados encontrados na literatura são importantes para explicar, de maneira genérica, o comportamento hidrodinâmico desses reatores, porém as particularidades construtivas, operacionais e de disposições espaciais desses equipamentos nos circuitos industriais atribuem características singulares. Portanto, faz-se necessário conhecer a maneira com a qual os elementos de fluidos escoam através desses reatores e circuitos para que um completo diagnóstico hidrodinâmico possa ser realizado.

Neste trabalho são avaliados dois circuitos industriais de tratamento de minério aurífero de uma usina de beneficiamento de ouro. O primeiro consiste num circuito fechado de moagem-classificação, composto por um moinho de bolas, uma bateria de hidrociclones (classificadores de tamanho) e tanques de condicionamento, onde ocorre a liberação das

partículas de ouro associadas ao minério. O segundo consiste num circuito de lixiviação em tanque agitado, onde ocorre a solubilização do ouro. Por ambos os circuitos escoam uma mistura de água e sólidos denominada de polpa. O estado de mistura da polpa nos circuitos é fundamental para a eficiência dos processos.

O objetivo desta pesquisa consiste em ampliar os conhecimentos sobre o comportamento hidrodinâmico de reatores em circuitos da indústria minero-metalúrgica, em particular, em circuito fechado de moagem-classificação e de lixiviação em tanque agitado. Para tanto, ensaios industriais foram realizados para atender os seguintes objetivos específicos:

- ✓ Avaliar o escoamento da fase líquida num circuito fechado de moagem-classificação industrial;
- ✓ Avaliar o padrão de escoamento num reator industrial do tipo tanque agitado;
- ✓ Avaliar o efeito do número de reatores tipo tanque agitado numa cascata de reatores de circuito industrial de lixiviação sobre a hidrodinâmica do processo;
- ✓ Obter correlações empíricas entre parâmetros hidrodinâmicos;
- ✓ Diagnosticar eventuais problemas existentes nos circuitos.

Esta dissertação está organizada de acordo com os objetivos estabelecidos no projeto de pesquisa. Desta forma, no CAPÍTULO II são apresentados os fundamentos necessários à compreensão dos processos de escoamento em reatores industriais e as técnicas usadas para a caracterização hidrodinâmica de reatores e circuitos industriais; no CAPÍTULO III, uma breve revisão da bibliografia, com resultados de estudos análogos realizados em equipamentos industriais; no CAPÍTULO IV, a descrição da usina de beneficiamento e os circuitos avaliados, destacando as características construtivas e operacionais; no CAPÍTULO V são apresentados os materiais e métodos que aborda os critérios utilizados para a seleção do traçador, descreve os procedimentos usados nos ensaios de estímulo-resposta e para a

determinação dos parâmetros dos modelos propostos; no CAPÍTULO VI são apresentados os resultados do estudo de caso 1 que trata da caracterização hidrodinâmica do circuito fechado de moagem-classificação; no CAPÍTULO VII, os resultados do estudo de caso 2 que trata da caracterização hidrodinâmica do circuito industrial de lixiviação em tanque agitado; no CAPÍTULO VIII, as conclusões e recomendações e, por fim, no CAPÍTULO IX são apresentadas as referências. No APÊNDICE A é apresentada a formalização matemática utilizada na reconciliação de dados do balanço de massa do circuito de moagem-classificação e no APÊNDICE B, o código computacional utilizado reconciliar os dados; No APÊNDICE C é apresentado o código utilizado para a obtenção do ajuste da distribuição experimental do circuito de moagem-classificação ao modelo; no APÊNDICE D é apresentado o código computacional utilizado para a obtenção dos ajustes das distribuições experimentais do circuito de lixiviação; no APÊNDICE E são relacionados os trabalhos publicados e aceitos para publicação em anais de congresso da área e revista.

CAPÍTULO II

ASPECTOS TEÓRICOS

Neste capítulo, são apresentados os elementos necessários à compreensão do escoamento não ideal em reatores industriais; a teoria que fundamenta a investigação das causas de não idealidade; a forma de determinar alguns parâmetros que auxiliam na caracterização hidrodinâmica de reatores; os métodos experimentais utilizados para obter as distribuições de tempo de residência e os modelos matemáticos para explicar os diferentes fenômenos de escoamento.

2.1. Escoamento não ideal

O escoamento de um fluido através de um reator ou um complexo circuito industrial composto por n reatores, onde ocorrem transformações de natureza física ou química, está sujeito a modificações que estão relacionadas às características dos equipamentos e condições operacionais. Para caracterizar o desempenho desses sistemas torna-se necessário investigar a natureza do escoamento ou a macromistura. Para isto, é necessário conhecer o tempo que cada elemento de fluido permanece dentro do sistema.

Idealmente, os elementos de fluidos atravessam os reatores seguindo dois modelos: o de escoamento pistonado ou de mistura perfeita. No primeiro caso, os elementos de fluido atravessam o equipamento com a mesma velocidade, movendo-se alinhados. Não há mistura por dispersão axial; enquanto no segundo, as moléculas do fluido se misturam obtendo-se composição homogênea no interior do reator (LEVENSPIEL, 1999). Os modelos não ideais incorporam desvios da idealidade ocasionados por fenômenos de escoamento que podem

ocorrer no interior dos equipamentos. Algumas dessas anomalias de escoamento podem ser detectadas através da observação das curvas de distribuição de tempos de residência (DTR) e da análise de parâmetros calculados a partir dos dados experimentais. Vários autores têm proposto modelos que incorporam esses desvios de idealidade em sua formulação (KELSALL *et al.*, 1970; KINNEBERG e HERBST, 1983; AUSTIN *et al.*, 1984; HOGG, 1984; BAZIN e HODOUIN, 1988; MAVROS *et al.*, 1989; GOODALL e O'CONNOR, 1991, 1992; KING, 2001; YIANATOS *et al.*, 2001; DE ANDRADE LIMA e HODOUIN, 2005; YIANATOS *et al.*, 2005; DE ANDRADE LIMA, 2006; YIANATOS *et al.*, 2008a, 2008b; STEGOWSKI *et al.*, 2010; YIANATOS *et al.*, 2010; MAKOKHA *et al.*, 2011).

2.2. Distribuições de idade interna, tempo de residência e intensidade

A distribuição do tempo de residência (DTR) é uma ferramenta clássica utilizada para estudar o desempenho de reatores não ideais e circuitos industriais (YIANATOS e BERGH, 1992; LELINSKI *et al.*, 2002; NEWCOMBE *et al.*, 2013). Esta ferramenta permite diagnosticar a presença de zonas de estagnação, formação de canalizações, que permitem a saída antecipada dos fluidos ou curto-circuito (*bypass*), e o grau de dispersão e recirculações de fluidos (DANCKWERTS, 1953; LEVENSPIEL, 1999). A Figura 2.1 ilustra alguns desses comportamentos. A DTR de reatores descreve seu padrão de fluxo e as propriedades de mistura, e pode ser usada em conjunto com modelos cinéticos para a simulação precisa dos processos através de modelos matemáticos (NAUMAN e BUFFHAM, 1983; LEVENSPIEL, 1999).

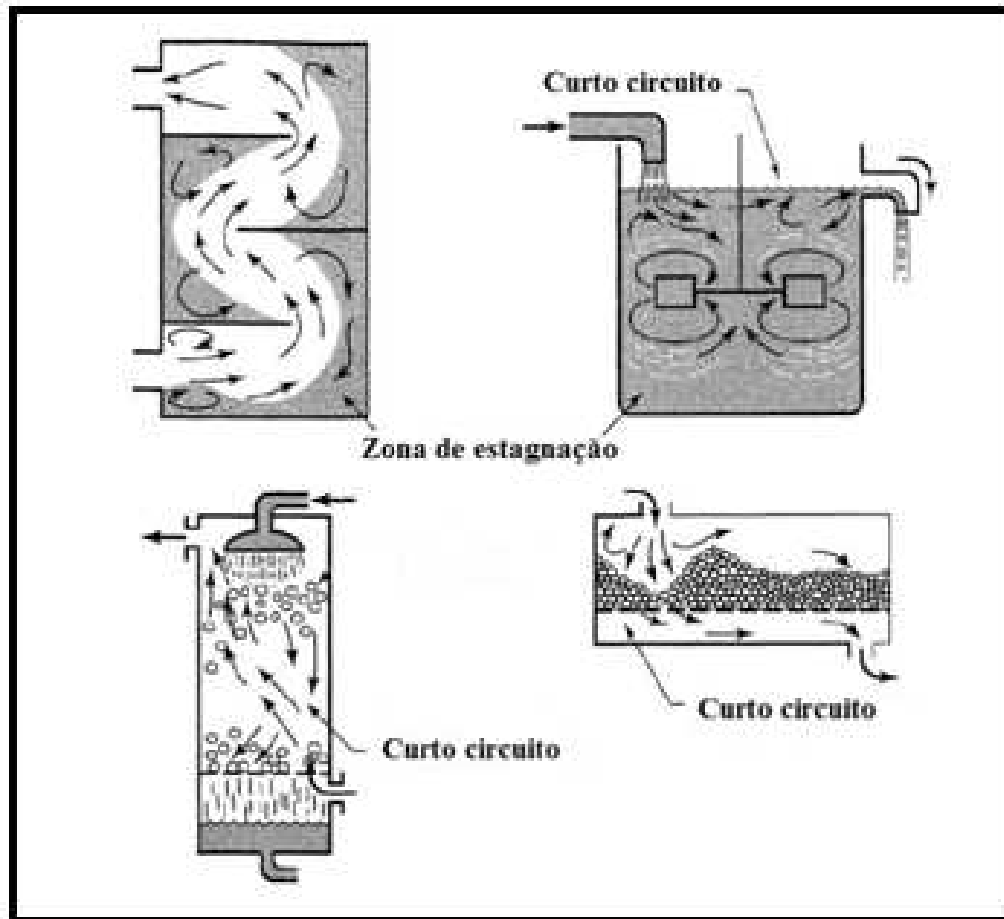


Figura 2.1: Tipos de escoamento não ideal [Adaptada de Levenspiel (1999)]

Na abordagem do balanço populacional, o padrão de fluxo e as propriedades de mistura dos vários elementos de fluidos, moléculas ou partículas nos reatores são caracterizados por três funções principais (HIMMELBLAU e BISCHOFF, 1986; FROMENT e BISCHOFF, 1990):

- I. Distribuição de idade interna $I(t)$, que se refere ao tempo decorrido desde que o elemento de fluido entra no reator;
- II. Distribuição do tempo de residência $E(t)$, que se refere à distribuição de frequência de idade que o fluido leva para sair do reator, e se relaciona com a função $I(t)$ através de:

$$E(t) = -\frac{dI}{dt} \quad (2.1)$$

III. Função intensidade $\Lambda(t)$, que é a fração do elemento de fluido de idade t no reator que pode deixar o reator num tempo entre $t + \Delta t$, e se relaciona com $E(t)$ e $I(t)$ através da seguinte relação:

$$\Lambda(t) = \frac{1}{\tau} \left[\frac{E(t)}{I(t)} \right] \quad (2.2)$$

sendo τ o tempo de residência médio, e corresponde ao primeiro momento de $E(t)$, definido por:

$$\tau = \int_0^{\infty} t E(t) dt \quad (2.3)$$

A distribuição do tempo de residência está relacionada com a concentração do traçador na saída do reator, $C(t)$ por:

$$E(t) = \frac{C(t)}{\int_0^{\infty} C(t) dt} \quad (2.4)$$

Portanto,

$$\int_0^{\infty} E(t) dt = 1 \quad (2.5)$$

O tempo de residência médio (τ), dado pela equação 2.3, pode ser determinado por:

$$\tau = \frac{\int_0^{\infty} t C(t) dt}{\int_0^{\infty} C(t) dt} \quad (2.6)$$

As funções de distribuição de idade podem ser expressas na forma adimensional em função do tempo adimensional ($\theta = t/\tau$), como seguem (DANCKWERTS, 1953; LEVENSPIEL, 1999):

$$E(\theta) = \tau E(t) \quad (2.7)$$

$$I(\theta) = \tau I(t) \quad (2.8)$$

$$\Lambda(\theta) = \tau \Lambda(t) = E(\theta)/I(\theta) \quad (2.9)$$

As funções adimensionais podem ser utilizadas para comparar o padrão de escoamento e o desempenho de reatores em diferentes escalas desde que sejam fisicamente e operacionalmente semelhantes.

2.3. Medida experimental da distribuição do tempo de residência

A distribuição do tempo de residência (DTR) pode ser determinada experimentalmente através do ensaio de estímulo-resposta, mediante adição de um traçador junto à alimentação do reator, ou em qualquer outro ponto de um circuito industrial. Um traçador é uma pequena quantidade de uma substância que se comporta de maneira similar ao material que escoar através do sistema e que possui uma propriedade que a distinga e permita sua detecção na saída do equipamento. Dependendo do sistema, pode-se usar traçadores cuja propriedade a ser medida é a condutividade elétrica, a absorbância, a concentração de um determinado íon, a radioatividade, etc. Por esta razão, diferentes traçadores requerem diferentes técnicas experimentais. Entre os fatores que devem ser considerados durante a seleção do traçador para uma determinada aplicação, pode-se mencionar: a disponibilidade do traçador e do

equipamento de detecção; o limite de detecção à baixa concentração; propriedades físicas semelhantes ao material que se deseja investigar; não deve reagir quimicamente nem adsorver nas paredes dos equipamentos e nas partículas minerais (FOGLER, 2004).

O ensaio de estímulo-resposta pode ser realizado com a injeção do traçador na forma de pulso, degrau, periódico ou aleatório. Dentre estes, a injeção na forma de pulso é a mais comumente utilizada nos reatores e circuitos industriais (YIANATOS *et al.*, 2001; DE ANDRADE LIMA e HODOUIN, 2005; YIANATOS *et al.*, 2005; DE ANDRADE LIMA, 2006; YIANATOS *et al.*, 2008a, 2008b; STEGOWSKI *et al.*, 2010; YIANATOS *et al.*, 2010; MAKOKHA *et al.*, 2011). E neste trabalho, esta forma de injeção foi utilizada.

2.4. Modelos Hidrodinâmicos

Vários métodos têm sido propostos para modelar a hidrodinâmica de reatores não ideais, geralmente baseados na combinação de reatores ideais simples, como misturadores perfeitos (CSTR) e reatores de fluxo pistonado (PFR) (LEVENSPIEL, 1999). Dentre esses métodos, incluem os modelos de tanque em série, dispersão axial e compartimentado.

2.4.1. Modelo de tanque em série

A teoria moderna da distribuição do tempo de residência (DTR) foi desenvolvida a partir dos sistemas de fluxo contínuos. Anteriormente, a modelagem dos reatores assumia que a passagem dos elementos de fluidos através dos reatores ocorria por escoamento pistonado ou mistura perfeita. Esses conceitos representam dois extremos da DTR. Na prática, a DTR dos sistemas em regime permanente está entre esses dois casos, ou seja, o formato da distribuição apresenta características intermediárias entre as distribuições do escoamento em reatores ideais. Para descrever a DTR de reatores não ideais, diferentes combinações de misturadores perfeitos foram introduzidas na modelagem dos casos práticos. A associação

desses reatores em série é o modelo mais comumente utilizado (GAO *et al.*, 2012) e a expressão que descreve a DTR adimensional em função do tempo adimensional é dada através da equação 2.11.

$$\tau = NV_0/Q \quad (2.10)$$

$$E(\theta) = \frac{N(N\theta)^{N-1}}{(N-1)!} e^{(-N\theta)} \quad (2.11)$$

sendo τ o tempo de residência médio, N o número de misturadores perfeitos de iguais volumes, V_0 o volume de cada tanque, e Q a vazão volumétrica.

Como este modelo apresenta apenas um parâmetro (N), o desvio da idealidade da DTR é representado pelo número de misturadores perfeitos usados (Figura 2.2). Um grande número de tanques na série indica a aproximação da distribuição ao fluxo pistonado ($N \rightarrow \infty$). Por outro lado, um pequeno número de misturadores aproxima a DTR ao escoamento de mistura perfeita ($N = 1$).

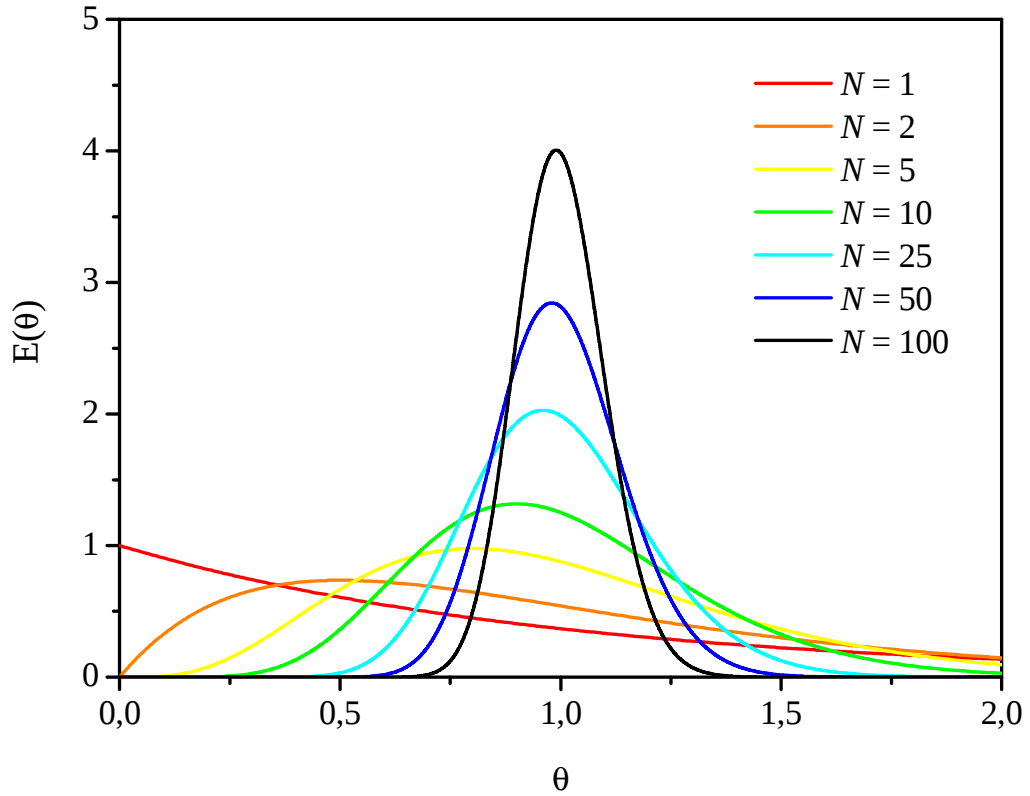


Figura 2.2: Curvas de DTR para o modelo de tanques em série

2.4.2. Modelo de dispersão

Uma forma alternativa à combinação de misturadores perfeitos é o modelo de dispersão axial, que é uma eficiente alternativa para generalizar o conceito de DTR na maioria dos reatores não ideais. A equação diferencial parcial parabólica em uma dimensão que descreve o processo de dispersão axial é apresentada abaixo.

$$\frac{\partial C}{\partial \theta} = \left(\frac{D}{vL} \right) \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - \frac{\partial C}{\partial z} \quad (2.12)$$

sendo C a concentração do componente no sistema, v a velocidade axial global, e D o coeficiente de dispersão axial e L comprimento. As variáveis θ e z representam o tempo adimensional e a distância axial adimensional percorrida pelo elemento de fluido no reator.

Na equação 2.12, o grupo adimensional $(D/\nu L)$ caracteriza o espalhamento ou dispersão dos elementos de fluidos no reator, podendo ser chamado de número de dispersão. O inverso do número de dispersão é conhecido como número de Peclet (P_e). O modelo de dispersão pode ser dividido em modelo de dispersão com pequeno ou grande desvio do escoamento pistonado.

De acordo com Levenspiel (1999), para pequenas extensões de dispersão, $P_e > 100$, a forma do espalhamento na curva do traçador não muda significativamente à medida que o traçador passa pelo ponto de medição. Neste caso, a solução analítica da equação 2.12 é dada pela equação 2.13. Esta solução representa uma família de curvas gaussianas, também chamadas de curvas Normais. A Figura 2.3 apresenta algumas dessas curvas para diferentes valores de P_e .

$$E(\theta) = \frac{1}{\sqrt{4\pi/P_e}} e^{\left[-\frac{P_e(1-\theta)^2}{4}\right]} \quad (2.13)$$

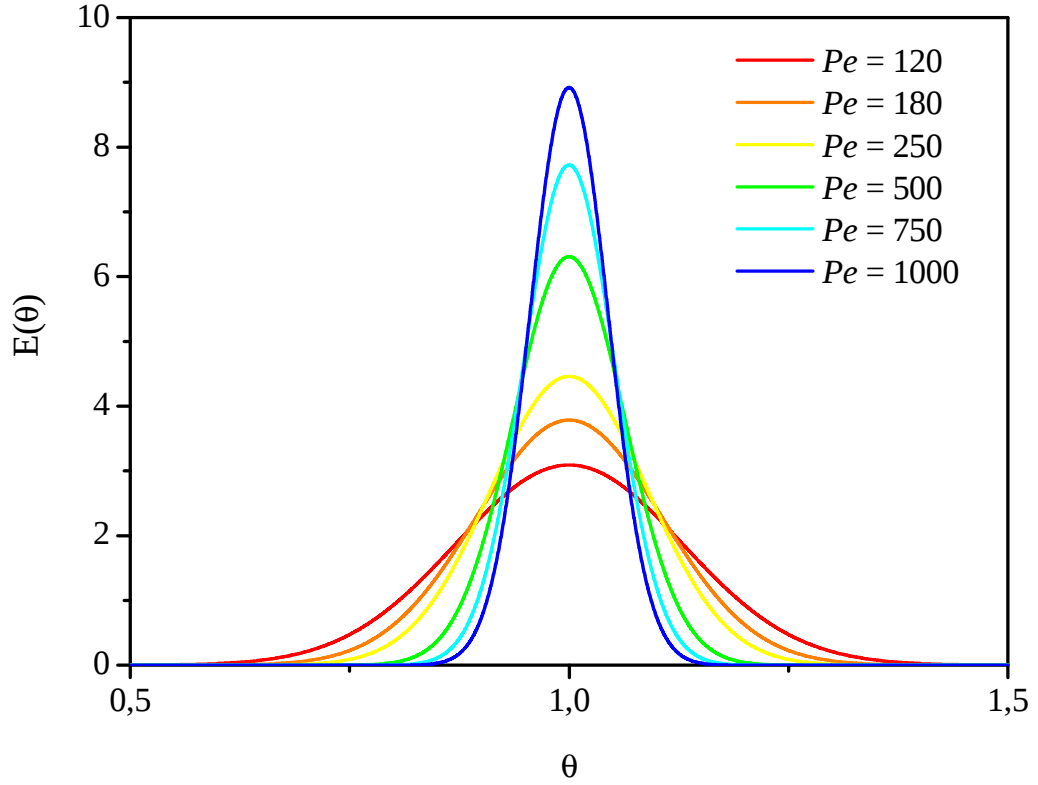


Figura 2.3: Distribuições adimensionais para pequenos desvios do escoamento pistonado

Para o caso de grandes desvios do escoamento pistonado, $Pe < 100$, a passagem dos elementos de fluidos através do reator é lenta o suficiente para provocar a mudança na forma da curva, resultando no seu espalhamento, à medida que está sendo medida. Para o caso de escoamento turbulento em tubos, escoamento laminar em tubos longos e escoamento em leito empacotados, a equação 2.12 pode ser resolvida analiticamente resultando na equação 2.14. A Figura 2.4 apresenta algumas soluções para diferentes valores de Pe .

$$E(\theta) = \frac{1}{\sqrt{4\pi\theta/Pe}} e^{\left[-\frac{Pe(1-\theta)^2}{4\theta}\right]} \quad (2.14)$$

O modelo de dispersão axial pode ser combinado com equações que descrevam comportamentos particulares, como zonas de estagnação de fluidos. Neste caso, o sistema de equações diferenciais formado pode ser resolvido numericamente, por exemplo, pela discretização das variáveis independentes (tempo e espaço) e resolução do sistema resultante através do método das diferenças finitas.

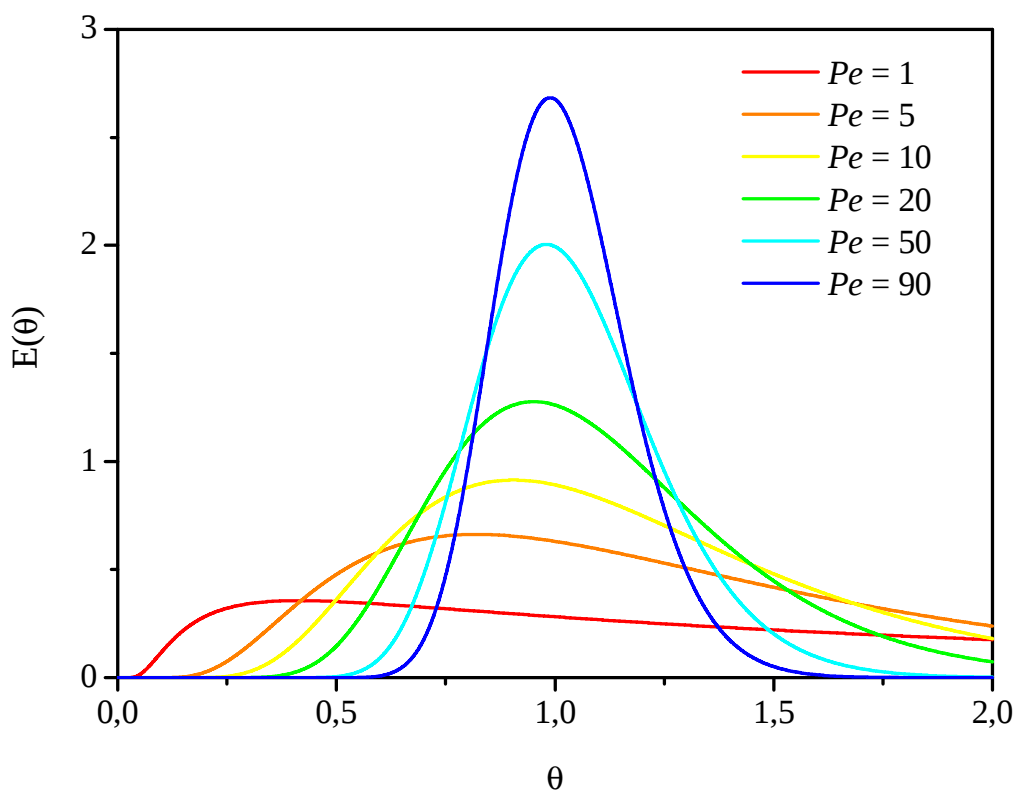


Figura 2.4: Distribuições adimensionais para grandes desvios do escoamento pistonado

2.4.3. Modelo compartimentado

Qualquer sistema real produz uma distribuição do tempo de residência situada entre os dois modelos ideais de escoamento, o de mistura perfeita e o pistonado. No entanto, os padrões não ideais que exibem atraso, zonas de estagnação e saída antecipada de fluidos podem ser modelados usando arranjos de reatores de mistura perfeita e de escoamento pistonado. Esta modelagem pode ser considerada como semiempírica no sentido de que o

arranjo proposto pode ou não estar correlacionado fisicamente com o processo a ser modelado. De modo geral, diferentes arranjos podem ser encontrados para ajustar satisfatoriamente a DTR experimental. No entanto, o modelo mais adequado é sempre aquele que utiliza o menor número de parâmetros e que melhor descreve o problema físico (BAZIN e HODOUIN, 1988).

A simulação da DTR de reatores reais é conseguida pela resolução da correspondente equação diferencial no domínio do tempo, obtida do balanço de massa do sistema, ou pela resolução da equação algébrica no domínio complexo usando a transformada de Laplace. As funções de transferência de alguns reatores ideais, no domínio de Laplace, são dadas por:

a) Reator de mistura perfeita – CSTR

$$G_c(s) = \frac{1}{\tau s + 1} \quad (2.15)$$

b) Reator de fluxo pistonado – PFR

$$G_p(s) = e^{-\tau s} \quad (2.16)$$

c) Modelo de troca de fluxo composto por dois CSTR que trocam massa entre as zonas ativa e estagnada – CSTR-SZ

$$G_d(s) = \frac{(1-f_a)\tau s + \lambda}{(1-f_a)f_a\tau^2 s^2 + [f_a\lambda + (1-f_a)(1+\lambda)]\tau s + \lambda} \quad (2.17)$$

em que, τ é o tempo médio de residência, f_a é a fração do volume do reator de zona ativa e λ é a fração da taxa de fluxo que é trocado entre as zonas ativa e estagnada.

A arquitetura do arranjo é selecionada de tal modo a exigir o menor número de

parâmetros possível, enquanto ajusta o formato da curva da DTR experimental. As configurações dos reatores e os parâmetros dos modelos podem ser estimados utilizando o critério dos mínimos quadrados como segue:

$$J(x) = \sum_{i=0}^{NT} [E(k)_i - \hat{E}(k)_i]^2 \quad (2.18)$$

sendo $E(k)_i$ a DTR calculada a partir do perfil de concentração do traçador obtido do ensaio de estímulo-resposta, $\hat{E}(k)_i$ a DTR predita pelo modelo após a otimização dos seus parâmetros, x a estimativa dos parâmetros, k o instante de amostragem, e NT o número de amostras.

As distribuições do tempo de residência para diferentes arranjos de misturadores perfeitos e reatores de escoamento pistonado são apresentadas nas Figuras 2.5 a 2.9. A Figura 2.5 mostra a combinação de um reator de escoamento pistonado com um misturador perfeito. Este arranjo representa o atraso do início da mistura no processo. O efeito do aumento do número de misturadores perfeitos numa cascata pode ser visto na Figura 2.2, da seção 2.4.1 (modelo de tanque em série). Como mencionado anteriormente, o aumento do número de reatores na série aproxima a DTR do modelo para o escoamento pistonado.

O uso de diferentes tamanhos de misturadores numa série atribui à distribuição resultante forma diferente daquela produzida por misturadores de mesmo tamanho (Figura 2.6). A introdução de um misturador pequeno desloca o pico da curva para a esquerda, aproximando-a da origem. A Figura 2.7 mostra que a combinação de três misturadores perfeitos, dois iguais e um diferente, resulta num modelo com forma intermediária e com um menor número de parâmetros quando comparado com o modelo resultante da combinação de três diferentes misturadores perfeitos. A Figura 2.8 compara as DTRs de um reator de mistura perfeita e de um misturador com troca de massa entre zonas ativa e estagnada. A combinação

desses reatores resulta numa DTR com longa cauda, típica de distribuições de reatores de leito empacotado.

O efeito de saída antecipada de fluidos do sistema ou *bypass* é apresentado na Figura 2.9. Este fenômeno pode ser modelado com a introdução de uma ramificação, de modo que o arranjo resultante tenha duas associações de reatores em paralelo. No modelo, um dos ramos é responsável pela menor parcela de material que sai do sistema em menor espaço de tempo. Esta parte da distribuição pode ser modelada por uma série de misturadores perfeitos pequenos.

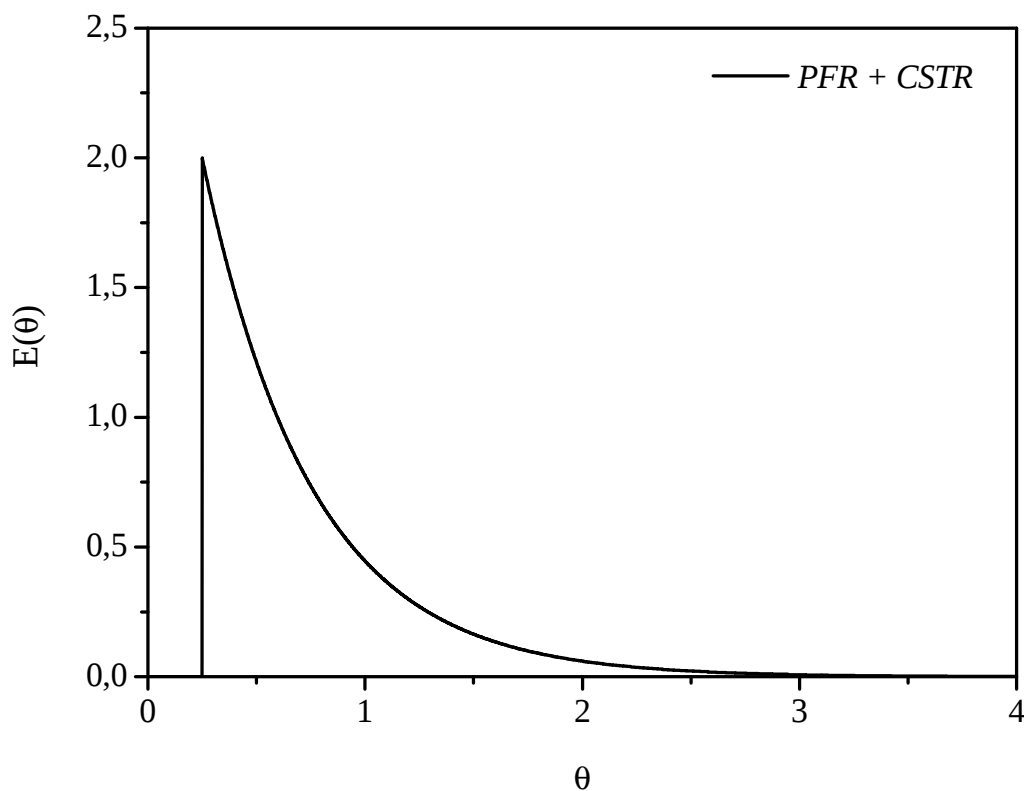


Figura 2.5: Combinação de um reator de escoamento pistonado com um misturador perfeito

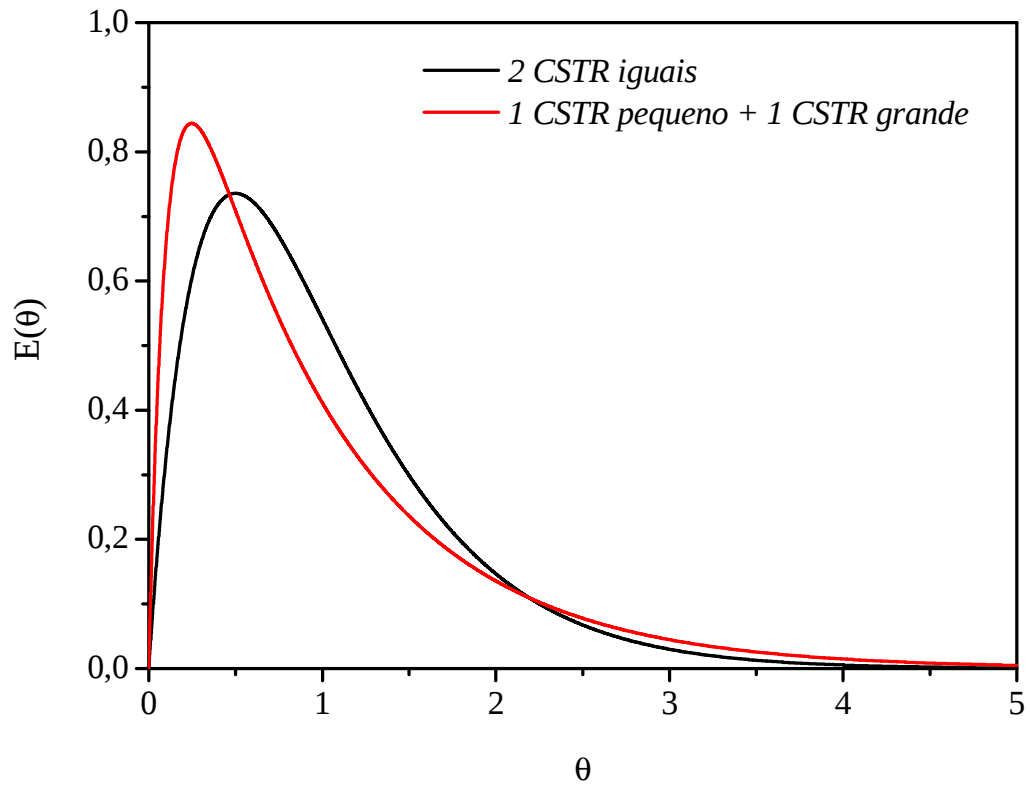


Figura 2.6: Efeito de diferentes tamanhos de misturadores perfeitos na cascata

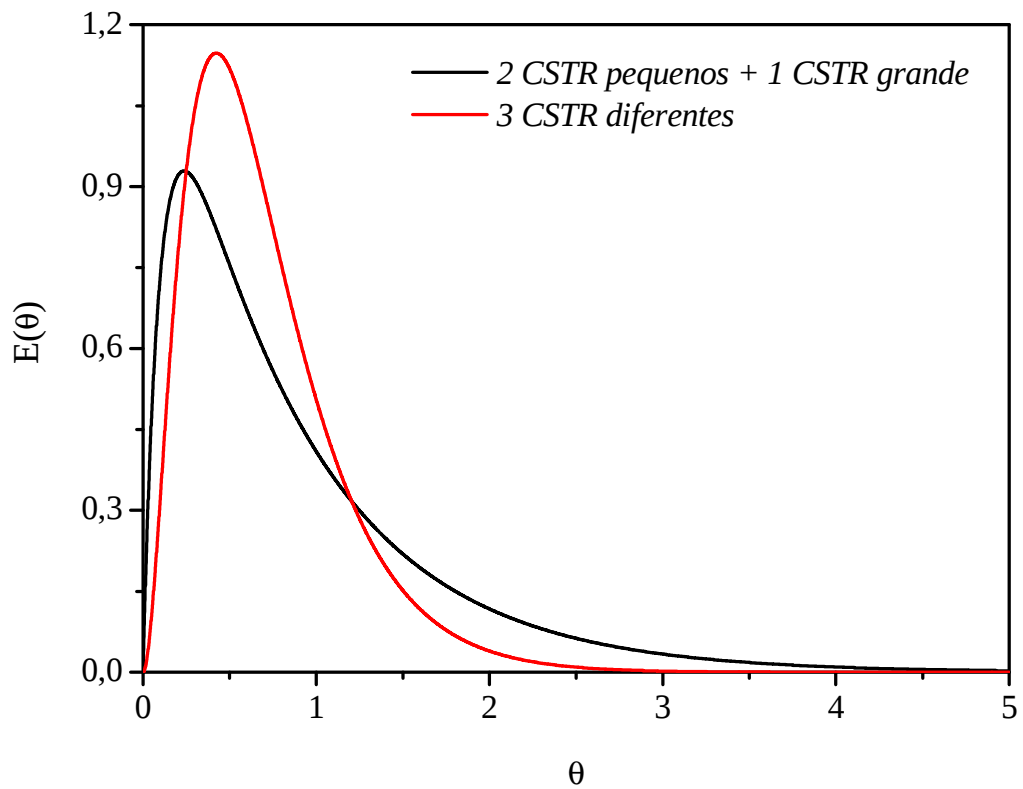


Figura 2.7: Efeito do número de parâmetros do modelo

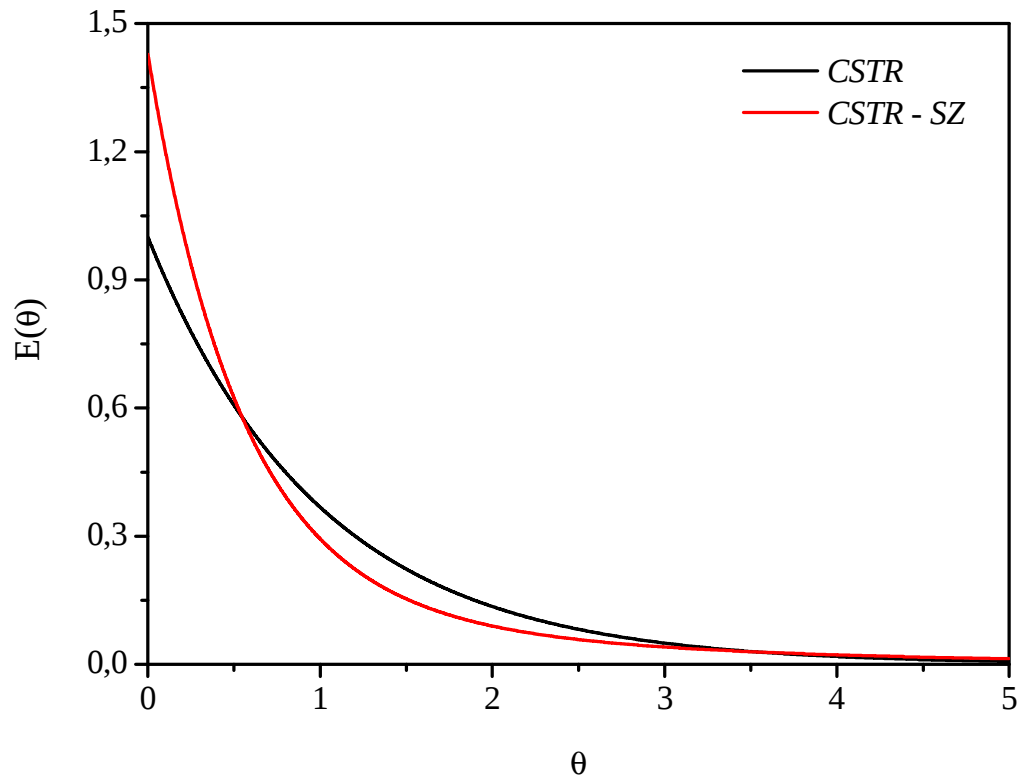


Figura 2.8: Efeito da zona estagnada

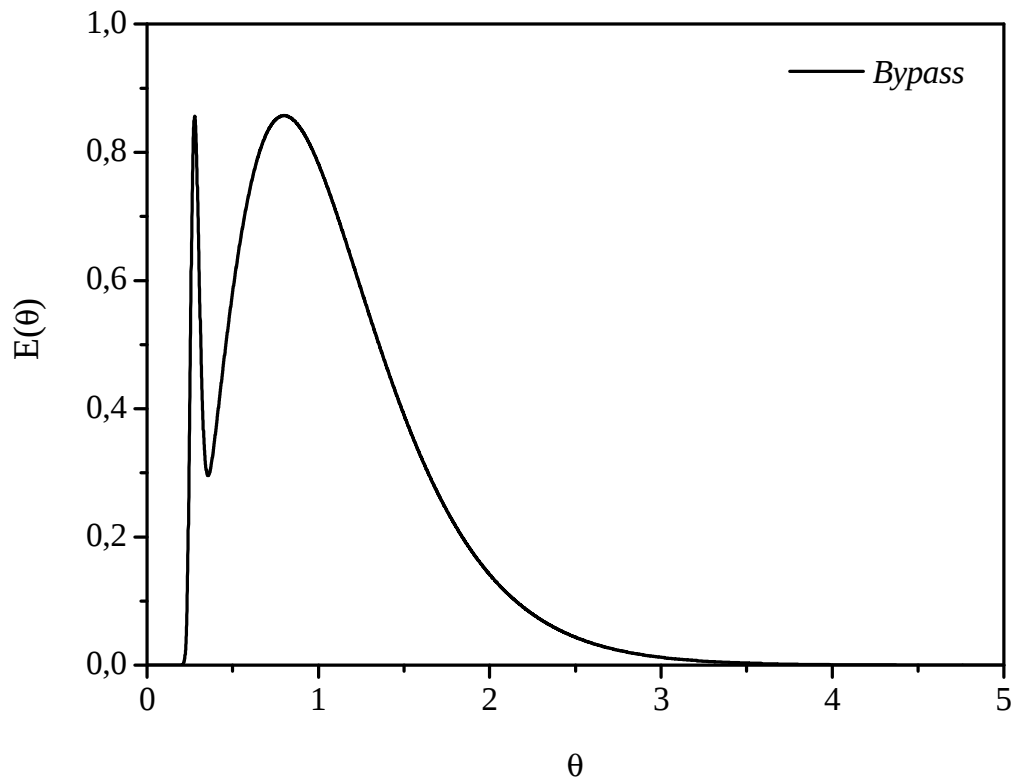


Figura 2.9: Efeito da saída antecipada de fluidos na distribuição

CAPÍTULO III

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta seção, são apresentados alguns resultados de trabalhos encontrados na literatura que tratam da caracterização hidrodinâmica, com a determinação da distribuição do tempo de residência e modelagem de diferentes etapas do processo da indústria minero-metalúrgica.

Bazin e Hodouin (1988) apresentaram alguns exemplos de modelagem hidrodinâmica de processos da indústria mineral usando o modelo compartimentado. A distribuição do tempo de residência de um tanque de condicionamento do circuito de flotação da planta industrial de New Brunswick, Nova Jérsei, foi investigada usando fluoresceína como traçador. O tanque é agitado mecanicamente e a alimentação da polpa é feita por uma entrada subvertical junto ao agitador. O melhor modelo encontrado para representar a distribuição foi uma associação em série, composto por um reator de escoamento pistonado e um misturador com troca entre zonas ativa e estagnada. Num estudo posterior, a hidrodinâmica do rejeito da etapa de desbaste do circuito de flotação (etapa *rougher*) foi avaliada. Este circuito é composto por sete células de flotação em série. O ensaio foi realizado com o mesmo traçador, fluoresceína, injetado na alimentação do circuito. O melhor arranjo encontrado para descrever o escoamento foi uma cascata com sete reatores de mistura com presença de zonas ativa e estagnada.

Amany (1979) *apud* (BAZIN e HODOUIN, 1988) realizou ensaios de estímulo-resposta em um moinho de barras industrial, operando com baixa e alta vazão de sólidos e concentração de sólidos da polpa constante. Nesses ensaios, o traçador usado foi água tritiada.

A DTR obtida quando o moinho foi alimentado com baixa vazão de sólidos foi modelada com uma associação em série, composta por um reator de escoamento pistonado, um misturador perfeito grande, seguido por um misturador perfeito pequeno, representando 10, 86 e 4% do volume do moinho, respectivamente. Quando alimentado com alta vazão, a DTR resultante foi modelada com uma associação em série, composta por um reator de escoamento pistonado, um misturador perfeito pequeno, seguido por um misturador perfeito grande, representando 12, 21 e 67% do volume do moinho, respectivamente. A calibração dos modelos mostra que o aumento da vazão de sólidos resulta no aumento do tempo de residência médio.

Yianatos *et al.* (2001) avaliaram a DTR das fases líquida e sólida da polpa na etapa de desbaste (*rougher*) do circuito de flotação da usina de beneficiamento de Salvador Division, Codelco, Chile. A etapa de desbaste é composta por cinco linhas (bancadas) dispostas em paralelo, cada uma contendo nove células de flotação. A DTR da fase líquida foi avaliada usando uma solução com Br^{82} como traçador, enquanto que a da fase sólida foi investigada com técnica de ativação nuclear de partículas sólidas do minério. Os traçadores foram injetados na forma de pulso na alimentação das bancadas e as amostras coletadas no rejeito, ou seja, na corrente do material não flotado. As distribuições da fase líquida das cinco bancadas da etapa de desbaste foram modeladas com uma associação em série, com nove misturadores perfeitos (Figura 3.1). O mesmo arranjo foi encontrado na modelagem da DTR da fase sólida (Figura 3.2). No entanto, uma diferença de 3 a 5% entre os tempos de residência médio das fases foi observada, sendo menor o da fase líquida.

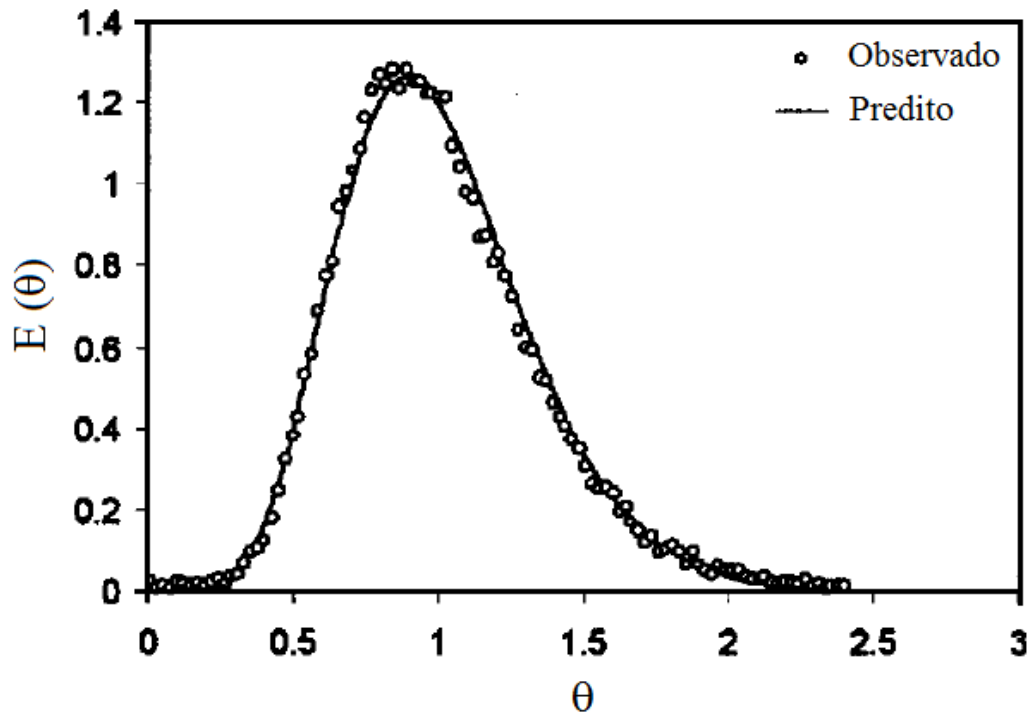


Figura 3.1: DTR adimensional observada e predita da etapa de desbaste da flotação industrial (*rougher*) para a fase líquida [Adaptada de Yianatos *et al.* (2001)]

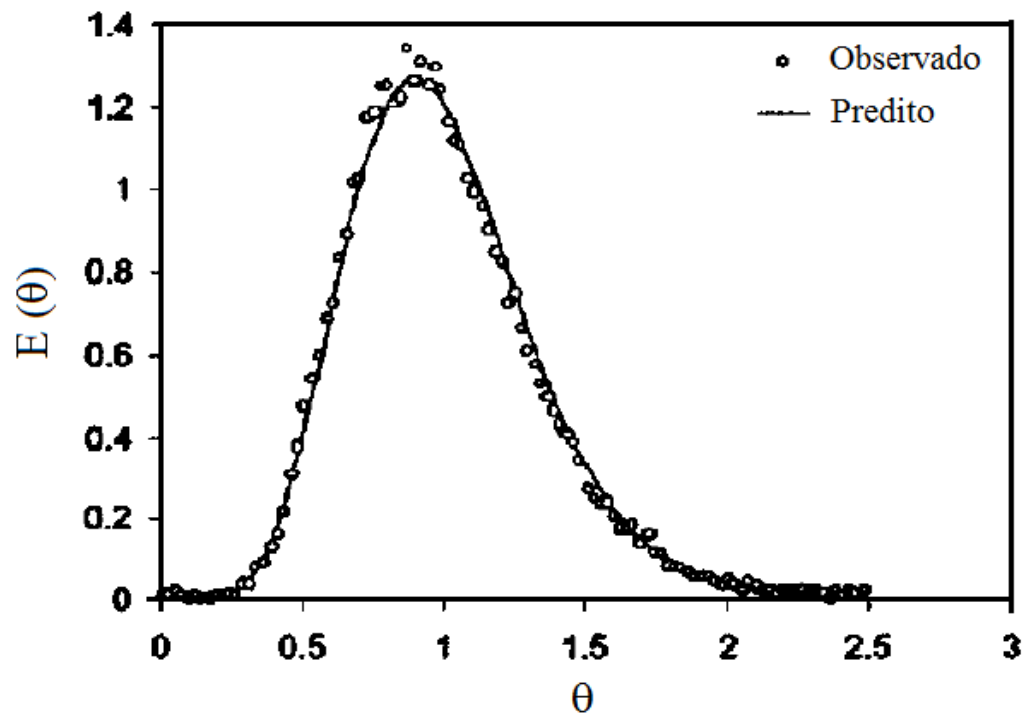


Figura 3.2: DTR adimensional observada e predita da etapa de desbaste da flotação industrial (*rougher*) para a fase sólida [Adaptada de Yianatos *et al.* (2001)]

De Andrade Lima e Hodouin (2005) avaliaram a hidrodinâmica de um tanque de lixiviação industrial agitado mecanicamente da usina de beneficiamento de Doyon Mine, Quebec, usando cloreto de lítio como traçador. O experimento foi realizado com a injeção do traçador na forma de pulso junto à alimentação da polpa no tanque. O resultado mostra que o escoamento é dominado por um processo de mistura perfeita, corrompida pela presença de saída antecipada de fluidos e zonas de estagnação. O modelo que melhor descreveu a DTR experimental é composto por um arranjo com dois ramos em paralelo. O ramo principal contém um grande misturador perfeito em série com uma cascata com cinco pequenos misturadores com troca entre zonas ativa e estagnada e o secundário, que representa a saída antecipada de fluidos, é formado por uma série contendo oito pequenos misturadores perfeitos. A Figura 3.3 mostra a distribuição adimensional observada e predita pelo modelo. A modelagem mostra que 67% do volume do reator pode ser descrito por um misturador perfeito.

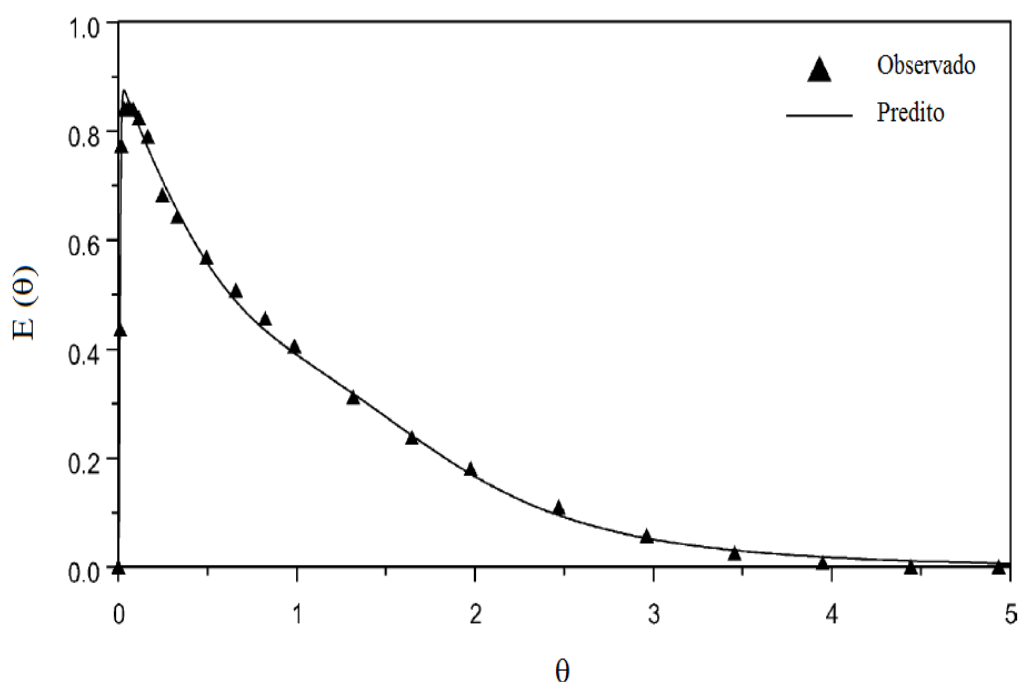


Figura 3.3: DTR adimensional observada e predita do tanque de lixiviação industrial
[Adaptada de Andrade Lima e Hodouin (2005)]

Em outro trabalho, de Andrade Lima (2006) investigou o comportamento hidrodinâmico de uma coluna piloto de lixiviação sob diferentes vazões, usando ácido clorídrico como traçador injetado na forma de pulso. As distribuições de tempo de residência obtidas foram modeladas com uma combinação de duas equações diferenciais parciais acopladas por um termo que descreve a transferência de massa entre zonas ativa e estagnada na coluna. O sistema foi discretizado e resolvido numericamente usando o método de diferenças finitas, Figura 3.4.

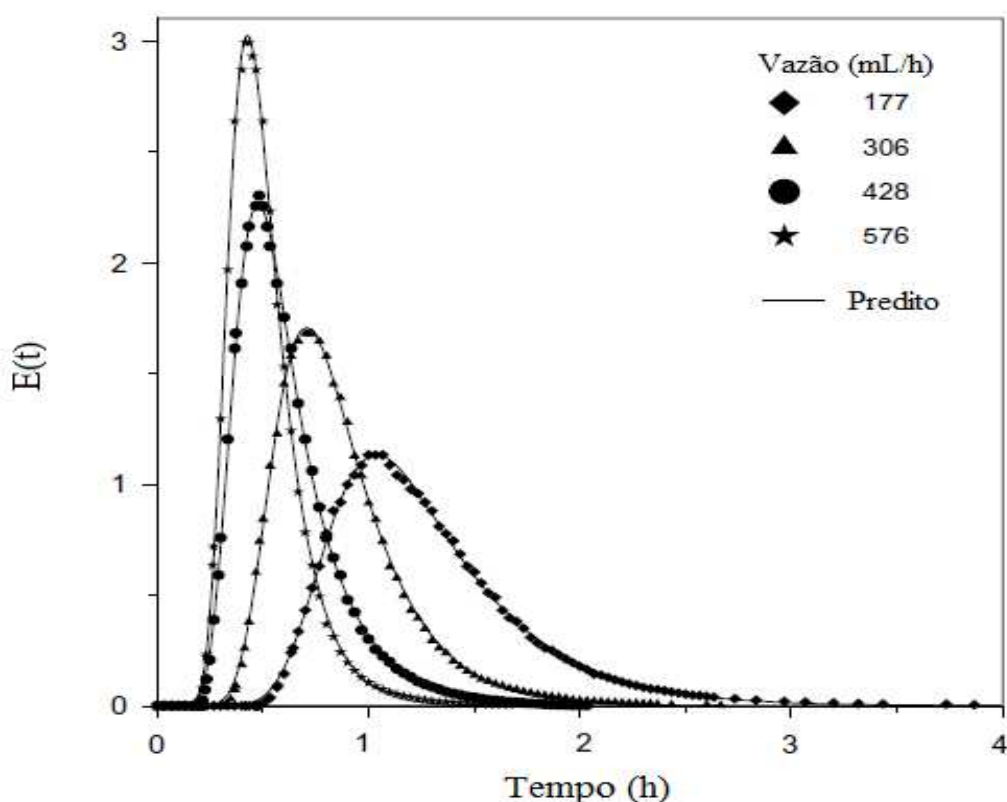


Figura 3.4: DTR observada e predita pelo modelo para diferentes vazões [Adaptada de Andrade Lima (2006)]

Yianatos *et al.* (2008b) avaliaram a hidrodinâmica de uma célula de flotação industrial de grande volume da usina de El Teniente Division, Codelco, Chile. Nesse estudo, foram avaliadas as propriedades de mistura da polpa e a DTR das fases líquida e sólida em três

diferentes faixas granulométricas. A DTR da fase líquida foi avaliada usando uma solução com Br^{82} como traçador enquanto que a da fase sólida foi investigada com Na^{24} . Os traçadores foram injetados na forma de pulso na alimentação do reator e as amostras foram coletadas no rejeito. Ambas as DTRs foram modeladas com uma série contendo um reator de escoamento pistonado, um misturador perfeito grande seguido por dois misturadores perfeitos pequenos. As Figuras 3.5 e 3.6 mostram as distribuições do tempo de residência dos dados observados e preditos pelo modelo para as fases líquida e sólida, respectivamente. Assim como observado por YIANATOS *et al.* (2001), foi verificada diferença entre os tempos de residência médios das fases estudadas, sendo o do líquido menor que a do sólido. Esses resultados mostram que o processo de mistura de uma célula de flotação de grande dimensão é mais complexo do que uma simples célula ou bancada de flotação com dimensões convencionais.

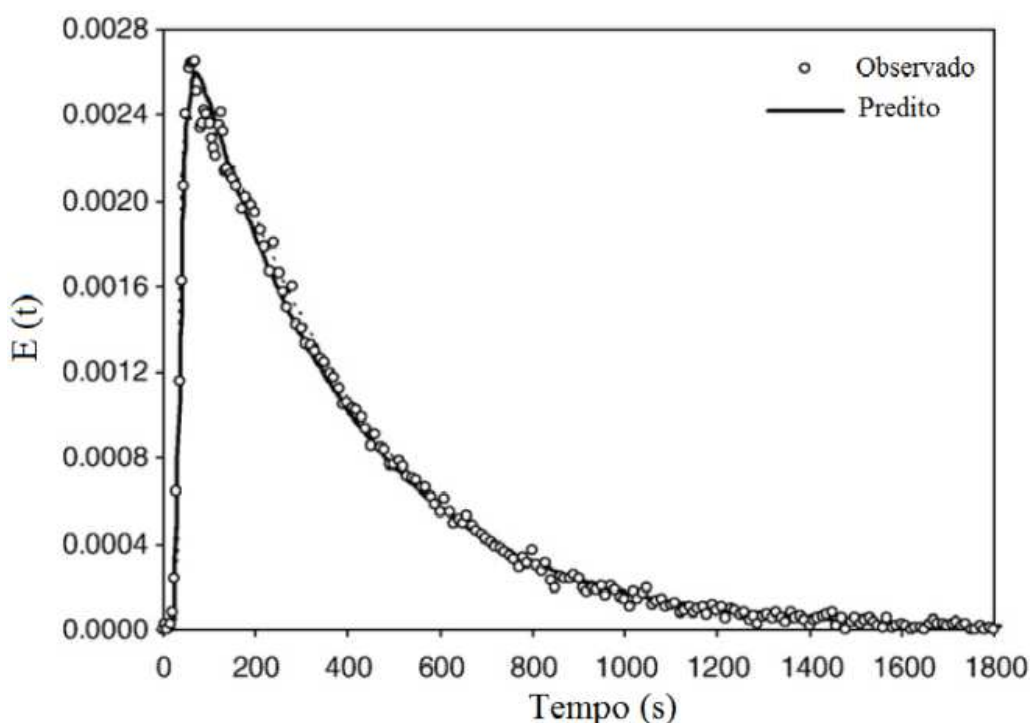


Figura 3.5: DTR observada e predita pelo modelo do rejeito da célula de flotação para a fase líquida [Adaptada de Yianatos *et al.* (2008b)]

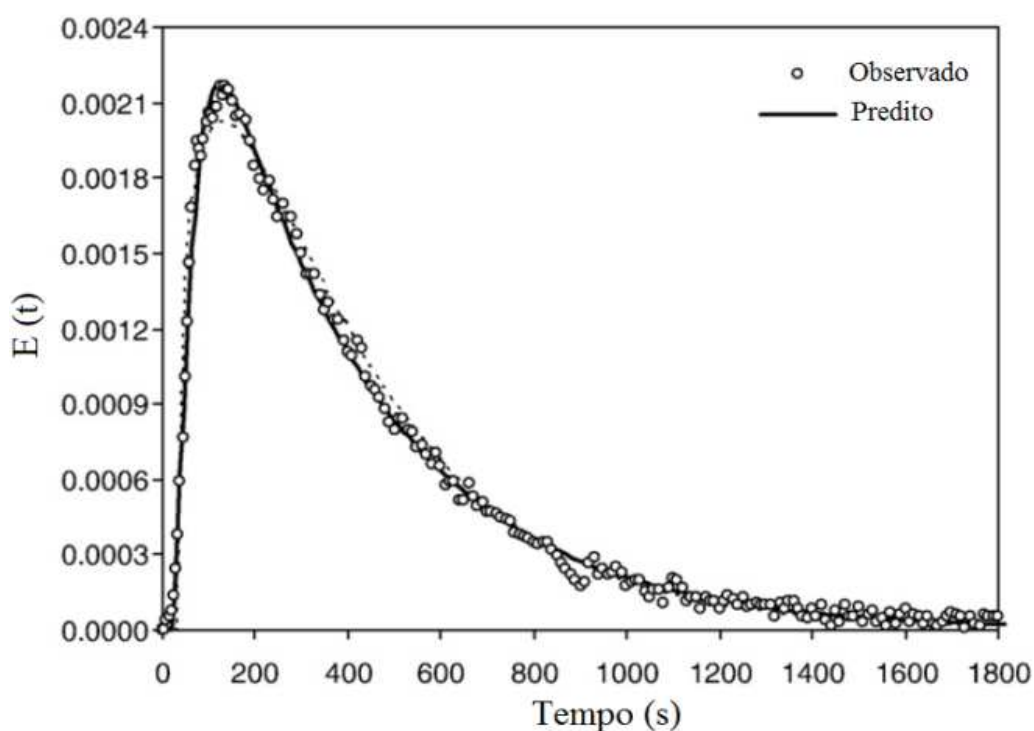


Figura 3.6: DTR observada e predita pelo modelo do rejeito da célula de flotação para a fase sólida (partículas maiores que 150 μm) [Adaptada de Yianatos *et al.* (2008b)]

Stegowski *et al.* (2010) avaliaram o padrão hidrodinâmico de um tanque de lixiviação industrial de ouro da usina de beneficiamento de Damang Mine of Abosso Goldfields, Ghana. O volume nominal do tanque investigado é de 3000 m^3 e a polpa, com 50% de sólidos em massa, é agitada mecanicamente por um conjunto composto por eixo e duas aletas com três pás espaçadas igualmente de 120°. O tanque dispõe de barras laterais fixadas na parede para aumentar a turbulência da polpa durante a agitação. A agitação é garantida por um motor com 90 kW e uma rotação de 960 rpm. O ensaio de estímulo-resposta foi realizado na forma de pulso usando traçador radioativo iodeto de sódio (NaI^{131}). A DTR experimental sugere que a hidrodinâmica do tanque se aproxima de um misturador perfeito. No entanto, a modelagem da distribuição indica que a hidrodinâmica deste tanque pode ser descrita por um reator de mistura com troca entre zonas ativa e estagnada (Figura 3.7).

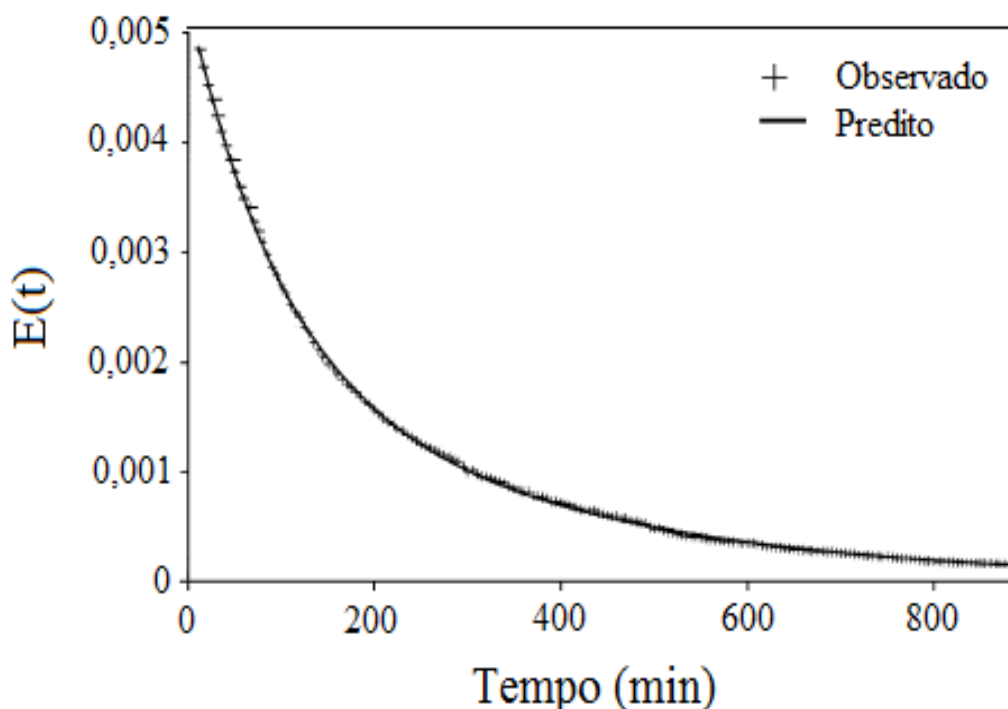


Figura 3.7: Ajuste do modelo de mistura com troca entre zona ativa e estagnada aos dados observados [Adaptada de Stegowski *et al.* (2010)]

Makokha *et al.* (2011) investigaram o padrão de escoamento de uma polpa num moinho de bolas, com descarga tipo *overflow*, operado em circuito aberto com alimentação indireta, da usina de beneficiamento de UG2 Platinum, África do Sul. Ensaios para a determinação da DTR da polpa foram realizados com cloreto de sódio como traçador. Seis diferentes condições operacionais foram avaliadas. O modelo que melhor descreveu as DTRs experimentais consiste numa associação em série contendo um reator de escoamento pistonado, dois misturadores perfeitos pequenos seguidos por um grande misturador perfeito. Este modelo é diferente daquele sugerido por KING (2001), que afirma que a DTR de moinhos de bolas pode ser adequadamente descrita por uma série de misturadores perfeitos. As Figuras 3.8 e 3.9 apresentam as distribuições dos dados observados e preditos pelo modelo obtido para diferentes condições de concentração de sólidos em massa e grau de enchimento do moinho.

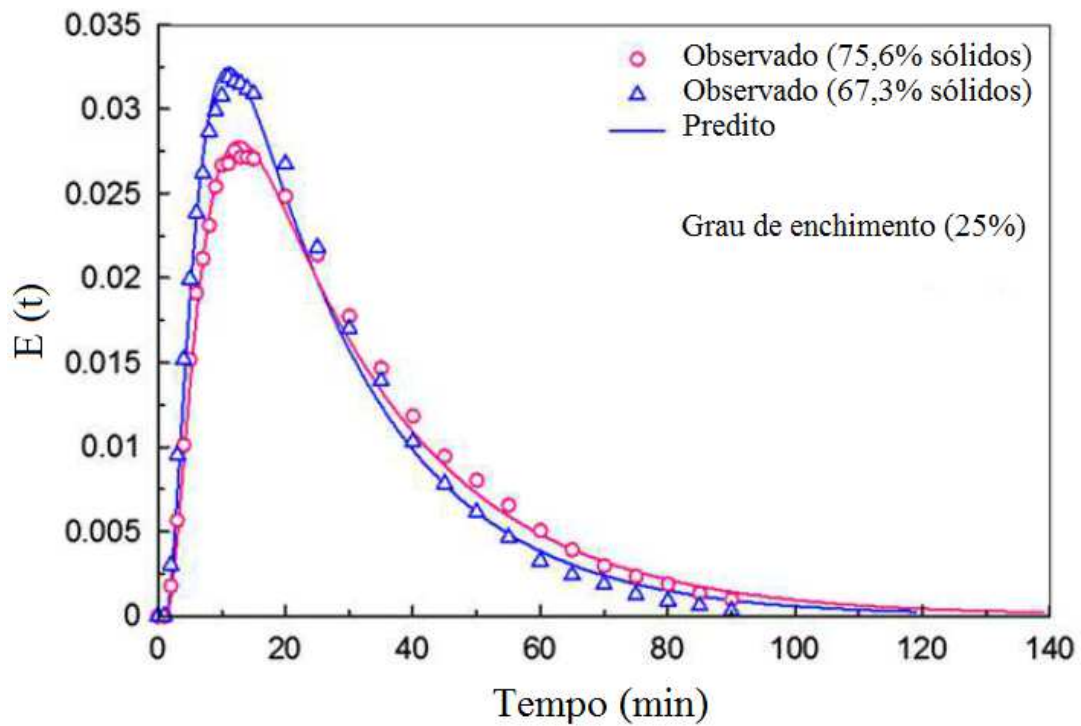


Figura 3.8: DTR observada e predita da descarga do moinho de bolas em circuito aberto com grau de enchimento de 25% [Adaptada de Makokha *et al.* (2011)]

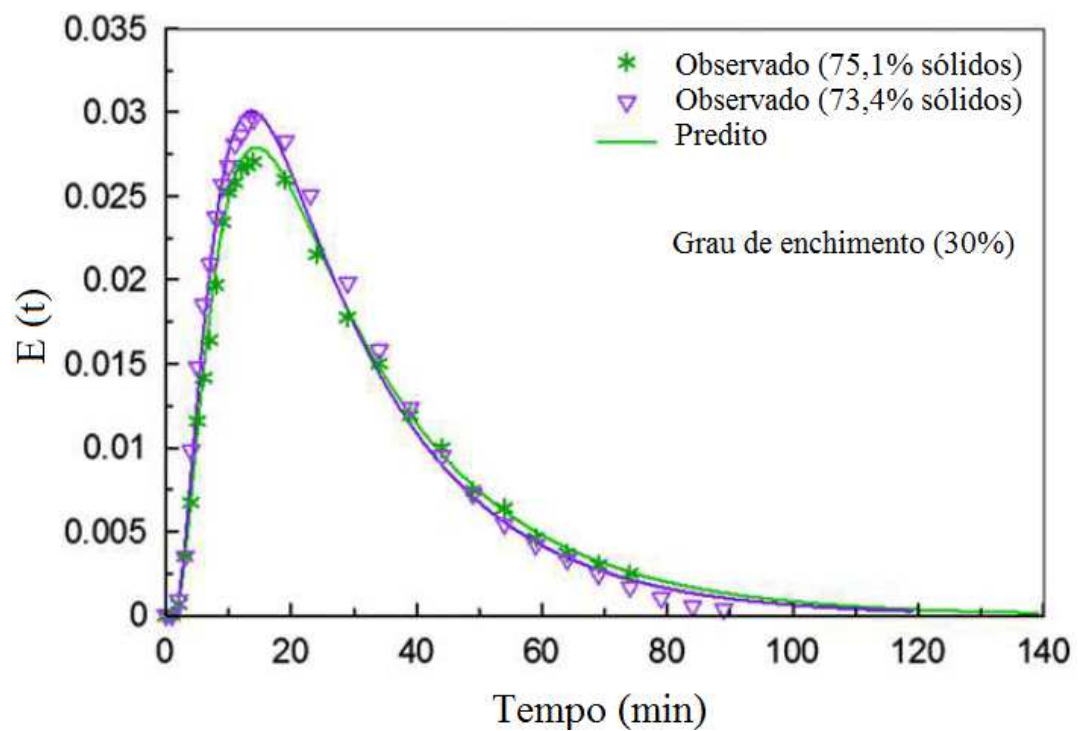


Figura 3.9: DTR observada e predita da descarga do moinho de bolas em circuito aberto com grau de enchimento de 30% [Adaptada de Makokha *et al.* (2011)]

Embora a utilização do modelo compartimentado resulte, em geral, na obtenção de equações com grande quantidade de parâmetros, este método representa de forma mais realista os fenômenos de escoamento através de reatores e circuitos. Os critérios utilizados para promover o ajuste dos parâmetros do modelo devem incorporar, sempre que possível, o caráter físico do problema. Assim, o modelo compartimentado deixa de ser puramente empírico e passa a ser semiempírico.

Os trabalhos encontrados na literatura, que tratam da caracterização hidrodinâmica na indústria mineral-metalúrgica e que apresentam modelos para descrever a DTR dos sistemas, são relevantes, porém se limitam a um único equipamento. Neste trabalho modelos genéricos compartimentados foram propostos para descrever um circuito fechado de moagem-classificação e um circuito de lixiviação em tanque agitado que tratam minério aurífero. Esses modelos apresentam relação física com os circuitos e, portanto podem ser utilizados para avaliar o escoamento global no circuito e o escoamento nos equipamentos de modo individual.

CAPÍTULO IV

DESCRIÇÃO DA USINA E CIRCUITOS INDUSTRIAIS AVALIADOS

Neste capítulo, é apresentada a descrição geral da usina de beneficiamento da Mineração Fazenda Brasileiro e a descrição dos circuitos industriais avaliados ressaltando suas características construtivas e operacionais.

4.1. Usina de beneficiamento da Mineração Fazenda Brasileiro

As investigações foram realizadas na usina de beneficiamento de ouro da Mineração Fazenda Brasileiro, localizada nas proximidades da cidade de Teofilândia, Bahia. A Figura 4.1 mostra o fluxograma do processo.

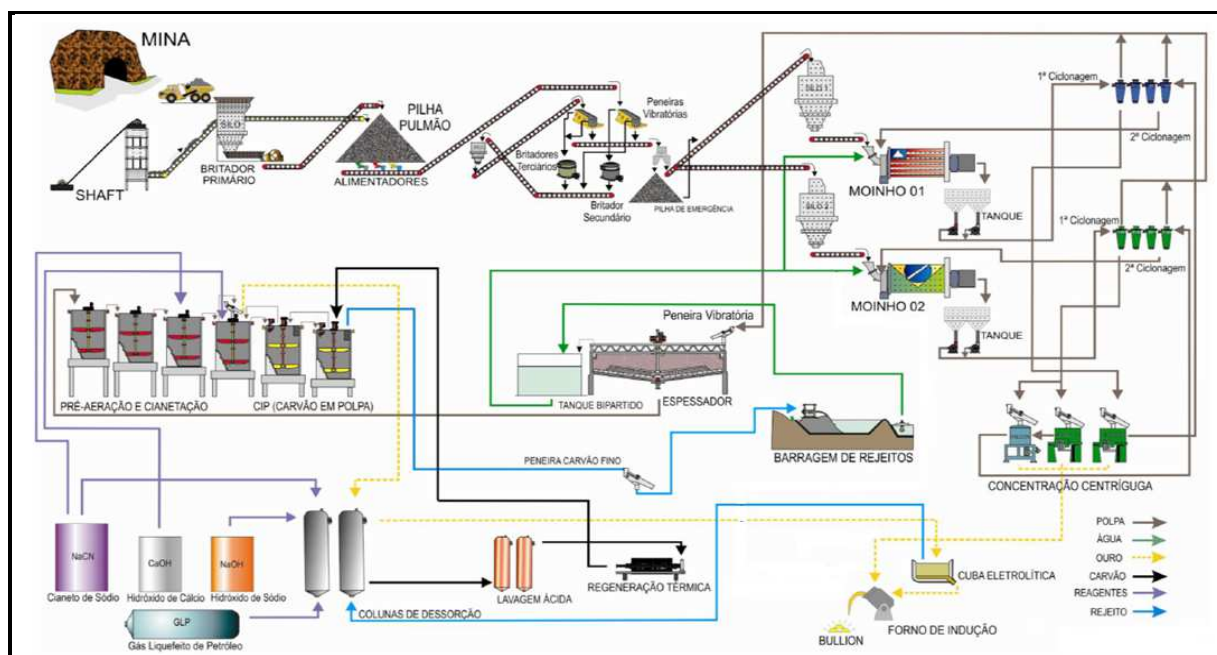


Figura 4.1: Fluxograma da usina de beneficiamento da Mineração Fazenda Brasileiro (MFB) [Fonte: Mineração Fazenda Brasileiro]

Após a lavra, o minério é transportado para o circuito de britagem, responsável pelo primeiro estágio de redução de tamanho. Este circuito é dividido em três etapas: britagens primária, secundária e terciária. Na etapa primária, o minério é fragmentado por um britador de mandíbulas. Já nas etapas seguintes, britadores cônicos são utilizados. Nessas etapas, os britadores operam em circuitos fechados com peneiras vibratórias. O circuito de britagem reduz a granulometria do minério a 80% abaixo de 9,5 mm. Em seguida, o minério é encaminhado para dois circuitos de moagem-classificação. A operação de moagem corresponde à fase final de redução granulométrica e tem por objetivo liberar as partículas de ouro contidas no minério. Um moinho de bolas é usado em cada circuito. Classificadores de tamanho, tipo hidrociclone, fecham o circuito. Este arranjo possibilita ao circuito produzir um material com granulometria 80% abaixo de 74 μm . Associados aos circuitos de moagem-classificação existem concentradores gravimétricos, que são alimentados pelas correntes dos grossos da classificação. Esses equipamentos são responsáveis pela recuperação da parcela de ouro grosso, acima de 0,15 mm. Cerca de 50% da produção de ouro da usina é obtida na etapa de concentração gravimétrica.

Os produtos dos circuitos de moagem-classificação (finos da classificação por tamanho) são direcionados ao circuito de espessamento. Nesta fase, ocorre a adequação da quantidade relativa de sólidos na mistura água e sólidos (polpa). A polpa condicionada é encaminhada aos circuitos de lixiviação e recuperação por carvão ativado. Dois circuitos trabalham em paralelo para recuperar o ouro fino não recuperado na etapa gravimétrica. Esses circuitos são divididos em três etapas: pré-aeração, cianetação e adsorção. Na etapa de pré-aeração, a polpa é saturada em oxigênio para promover a oxidação dos sulfetos presentes no minério, resultando na exposição do ouro a eles associados. Na etapa de cianetação, ocorre a lixiviação do ouro através da adição de solução de cianeto de sódio. Após a lixiviação, o ouro solubilizado é adsorvido por carvão ativado. O carvão carregado com ouro é transferido para a

unidade de dessorção e eletrólise, onde o ouro é extraído do carvão, por uma solução alcalina, sob condições controladas de temperatura e pressão, e é eletrodepositado em cubas eletrolíticas. O cátodo é fundido em fornos de indução, produzindo barras de *Bullion* com 90% de ouro.

4.2. Circuito de moagem-classificação

4.2.1. Características construtivas do circuito de moagem-classificação

A usina de beneficiamento da MFB é dotada de dois circuitos fechados de moagem-classificação que processam o minério aurífero. O estudo foi realizado no circuito 1, que é formado por um moinho de bolas com 5,2 m de comprimento por 3,0 m de diâmetro com descarga tipo *overflow*, e duas baterias de hidrociclones. Cada bateria têm 4 equipamentos, 2 em funcionamento, com 38,1 cm de diâmetro. Três tanques de armazenamento e condicionamento de polpa também estão presentes no circuito. Os tanques 1, 2 e 3 têm capacidades nominais de 18, 13 e 18 m³, respectivamente, e capacidade útil de 10, 7 e 10 m³, respectivamente. Nesses tanques, água de processo é adicionada para adequar a concentração de sólidos e facilitar o bombeamento da polpa. Associado ao circuito existe um concentrador centrífugo gravimétrico tipo Knelson que, durante a realização do ensaio, estava desativado e, portanto, fora do circuito (Figura 4.2).

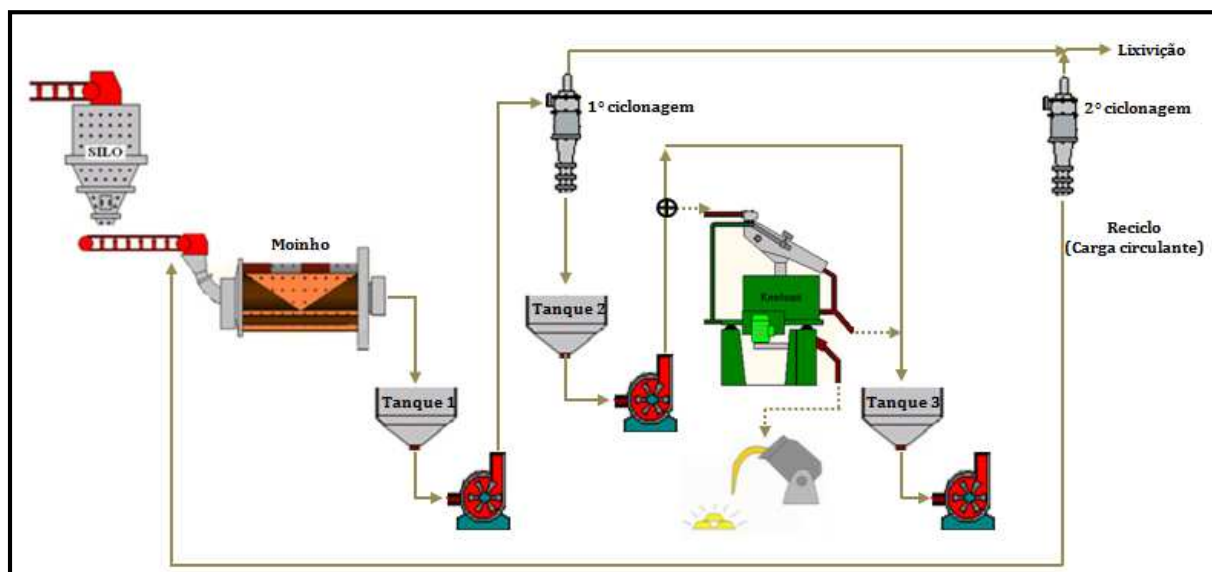


Figura 4.2: Circuito industrial de moagem-classificação da MFB

4.2.2. Características operacionais do circuito de moagem-classificação

O circuito estudado é alimentado de forma direta, com o minério sendo adicionado na entrada do moinho a uma taxa aproximada de 40 t/h. Juntamente com o minério, água de processo é adicionada para formar uma polpa com, em média, 75% de sólidos em massa. O moinho opera com um grau de enchimento de corpos moedores de 30%. Desta forma, a polpa ocupa os vazios formados pelo leito de bolas que, em média, corresponde a 40% do volume.

O produto da moagem é um material 80% abaixo de 74 μm , que é descarregado no tanque 1, onde água de processo é adicionado para diluir a polpa a, em média, 45% de sólidos. Uma bomba centrífuga acoplada ao tanque direciona a polpa para o primeiro estágio de classificação por tamanho. Os grossos da bateria de hidrociclones (*underflow*) possuem granulometria acima de 0,15 mm e são descarregados no tanque 2, na forma de polpa, com, em média, 60% de sólidos em massa. Durante o período de realização do ensaio, a polpa contida no tanque 2 foi transferida por bombeamento para o tanque 3. Neste tanque, água de processo é adicionado para diluir a polpa a, em média, 45% de sólidos. Uma bomba centrífuga acoplada direciona a polpa para o segundo estágio de classificação por tamanho.

Os grossos dessa classificação, na forma de polpa com em média 60% de sólidos, retornam por gravidade para a alimentação do moinho como carga circulante. Os finos das duas etapas de classificação (*overflow*), na forma de polpa com, em média, 20% de sólidos, são encaminhados ao circuito de espessamento.

4.3. Circuito de lixiviação

4.3.1. Características construtivas do circuito de lixiviação

A Figura 4.3 mostra o circuito de lixiviação do minério aurífero utilizado pela planta hidrometalúrgica, que processa industrialmente minério de ouro. O circuito de lixiviação é composto por duas linhas em paralelo de tanques, que recebem o fluxo de polpa proveniente do espessamento.



Figura 4.3: Circuito de lixiviação industrial em tanque agitado da Mineração Fazenda Brasileiro (MFB) [Fonte: Mineração Fazenda Brasileiro]

O estudo foi realizado na linha 1 deste circuito, que é composto por uma cascata com doze tanques. A capacidade volumétrica nominal individual dos seis primeiros tanques é de 350 m^3 e de 112 m^3 para os demais. Embora todos os tanques sejam dotados de sistema mecânico de agitação, este é apenas utilizado a partir do tanque 03. A agitação da polpa nos tanques é garantida por um sistema composto por um agitador (eixo e aletas) acionado por um motorreductor de 11,2 kW (Figura 4.4). O sistema de agitação da polpa é composto por dois conjuntos de aletas com quatro pás inclinadas de 45° em relação ao eixo e espaçadas de 90° . A polpa é transferida entre os tanques através de calhas por diferença de gravidade, em virtude de um desnível de 50 cm entre eles. Cada tanque possui um tubo de recebimento de polpa junto à parede, paralelo ao seu eixo (*downcomer*). Este sistema de alimentação garante que a transferência da polpa entre os tanques ocorra a uma profundidade em torno de 30% abaixo do nível de polpa, minimizando a ocorrência de saída antecipada de material.



Figura 4.4: Detalhes do sistema de agitação dos tanques de lixiviação da MFB [Fonte: Mineração Fazenda Brasileiro]

4.3.2. Características operacionais do circuito de lixiviação

Inicialmente, a polpa é condicionada com a adição de hidróxido de cálcio nos tanques 01 e 03, para ajustar o pH em 12. Nos tanques 01, 02 e 03, ar comprimido é injetado, na parte inferior do reator, para promover a aeração e promover a oxidação dos sulfetos presentes no minério, resultando na liberação do ouro a eles associados. No tanque 04, uma solução de cianeto de sódio diluído é adicionada para solubilizar o ouro. A recuperação do ouro da fase líquida é realizada por adsorção em carvão ativado. O carvão novo é adicionado ao processo no tanque 24, e vai sendo transferido por bombeamento, em contracorrente com a polpa, até o tanque 05, onde é obtido o carvão enriquecido. Cada tanque possui duas peneiras estáticas dotadas de tela com abertura de 0,83 mm (20 Mesh), posicionadas imediatamente abaixo do nível da polpa, que impedem a saída do carvão ativado junto ao fluxo da polpa (Figura 4.5). A transferência do carvão ativado não impõe ao sistema maiores modificações hidrodinâmicas, pois este processo ocorre em modo descontínuo e a vazão de material transferido é pequena, quando comparado com a vazão da polpa. A transferência do carvão entre tanques pode ser feita em diferentes configurações para atender às diversas condições operacionais.

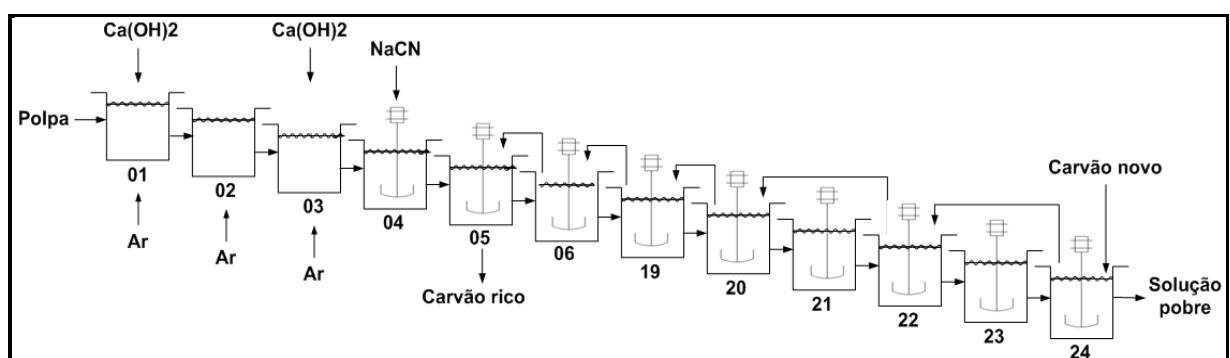


Figura 4.5: Circuito de lixiviação industrial – linha 1

CAPÍTULO V

MATERIAIS E MÉTODOS

Neste capítulo são apresentados os critérios utilizados para a escolha do traçador, os procedimentos experimentais adotados para a realização dos ensaios de estímulo-resposta e a descrição geral dos algoritmos utilizados para a estimativa dos parâmetros dos modelos.

5.1. Seleção do traçador

O traçador selecionado para os ensaios de estímulo-resposta nos circuitos avaliados foi o cloreto de lítio (LiCl). Este é utilizado como traçador em processamento mineral e operações hidrometalúrgicas porque, em geral, o lítio não aparece em concentrações elevadas nas polpas, pode ser facilmente analisado na fase líquida por espectrometria de absorção atômica (AAS), e usualmente não interage de maneira significativa com o minério ou a solução, não interferindo no processo e principalmente não causando prejuízos financeiros. de Andrade Lima e Hodouin (2005) utilizaram o cloreto de lítio como traçador e investigaram, através de ensaios de laboratório, a velocidade de adsorção do lítio no minério. Os pesquisadores observaram que a adsorção do Li é rápida e que a quantidade adsorvida é pequena, e concluíram que os resultados obtidos não o desabilita como traçador.

As quantidades de traçador necessários para a realização dos ensaios foram determinadas levando-se em consideração os volumes nominais dos equipamentos, as concentrações de sólidos em massa das correntes e o limite de detecção do método analítico.

5.2. Ensaio de estímulo-resposta no circuito de moagem-classificação

A caracterização hidrodinâmica do circuito de moagem-classificação foi obtida através da realização do ensaio de estímulo-resposta com traçador inerte cloreto de lítio. O ensaio consistiu na injeção instantânea de uma solução, contendo 5 kg de cloreto de lítio em $0,2 \text{ m}^3$ de água na forma de pulso, na alimentação do moinho. Amostras de polpa foram coletadas na descarga do moinho, na corrente dos grossos do segundo estágio de classificação e na corrente do produto do circuito ou, os finos das classificações, Figura 5.1.

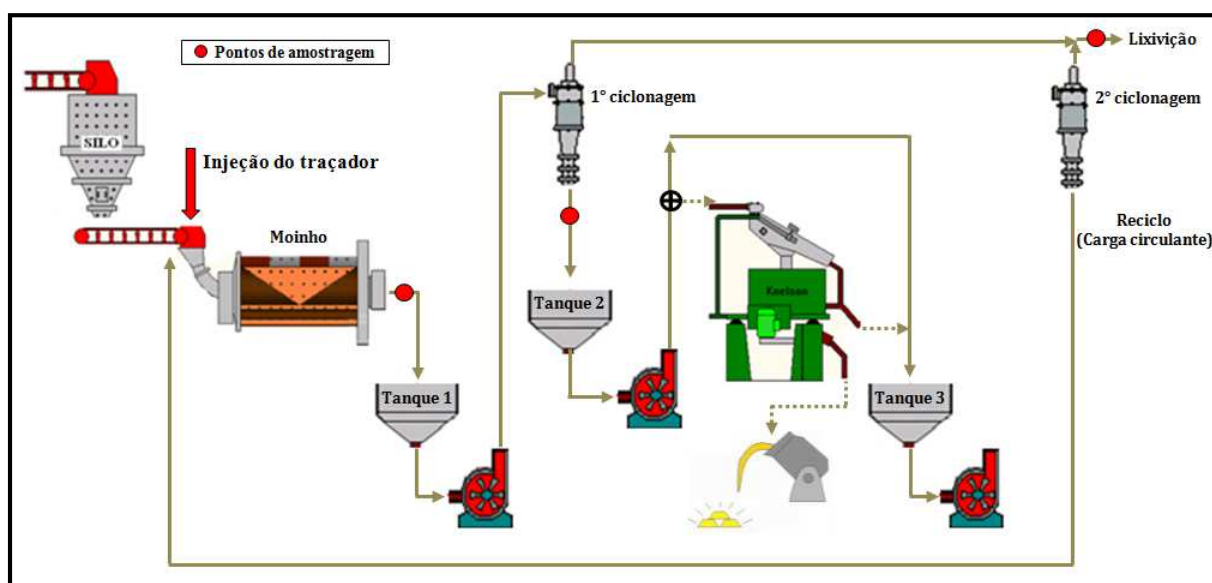


Figura 5.1: Pontos de amostragem no circuito industrial de moagem-classificação da MFB.

Os intervalos de coleta das amostras foram definidos após simulações do circuito realizadas com base nos dados industriais da planta. Na Figura 6.1 do CAPÍTULO VI é possível encontrar o fluxograma com os resultados reconciliados do balanço de massa obtido no período de realização do ensaio.

A Figura 5.2 apresenta o bloco diagrama do circuito de moagem-classificação simulado. A simulação foi realizada adotando o modelo compartimentado, composto por

misturadores perfeitos, para representar os dispositivos do circuito. O padrão de mistura do moinho foi representado por uma associação em série contendo um misturador perfeito grande seguido por dois misturadores pequenos. Este arranjo é conhecido por descrever moinhos de bolas em diferentes escalas (KING, 2001; GUPTA e YAN, 2006). Por razões operacionais, no período que antecedeu a realização do ensaio com traçador, o equipamento de concentração gravimétrica foi retirado do circuito. Assim a simulação do padrão de escoamento da polpa levou em consideração apenas os outros componentes do circuito. A solução numérica da equação algébrica no domínio de Laplace foi obtida com o método de Runge-Kutta de quarta ordem através do SIMULINK, MATLAB R2010a.

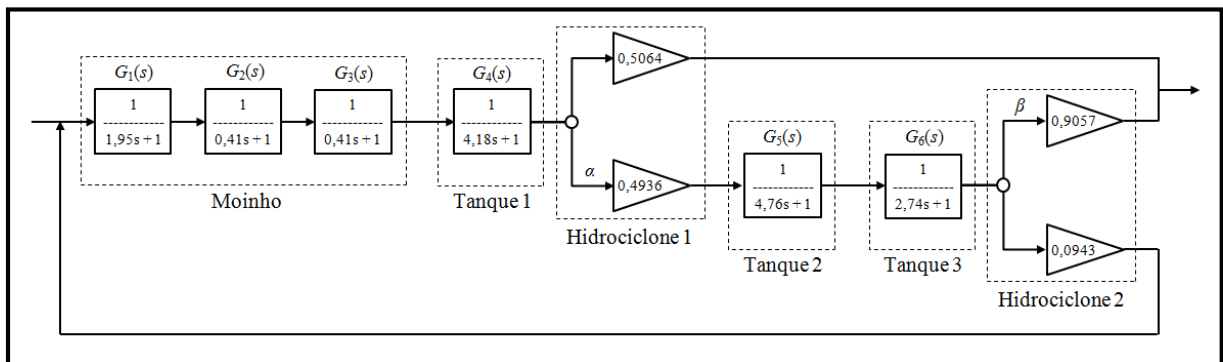


Figura 5.2: Bloco diagrama do circuito de moagem e classificação simulado

A Figura 5.3 mostra o resultado da simulação do circuito utilizado para estimar o intervalo de coleta das amostras e o tempo total do ensaio. As distribuições apresentadas foram calculadas levando em consideração a quantidade de traçador inicialmente detectada em cada ponto amostrado. Os resultados indicam que após o impulso, a polpa sai do circuito num tempo inferior a 60 minutos e que a maior parcela deixa o circuito num tempo inferior a 20 minutos.

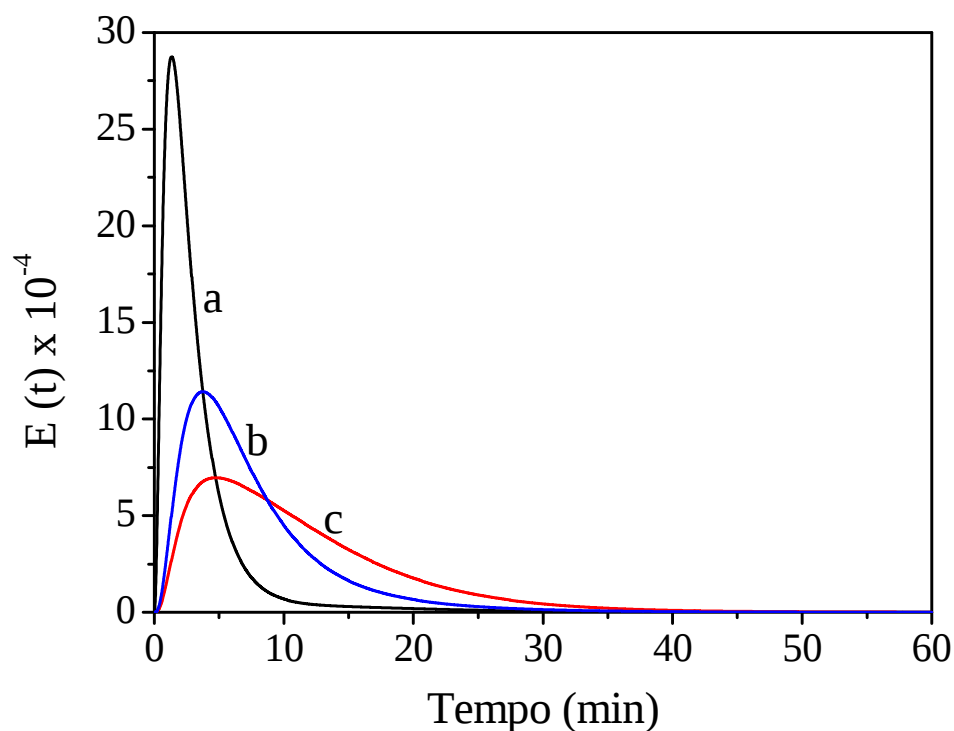


Figura 5.3: Simulação das DTR do circuito de moagem-classificação da linha I da MFB.

a) Descarga do moinho. b) Grossos da segunda classificação (Reciclo). c) Finos das classificações (Produto do circuito)

Durante a realização do ensaio a vazão de sólidos na alimentação do circuito foi mantida aproximadamente constante em 41,5 t/h. O aporte de água na alimentação do moinho e nos tanque 1 e 3 bem como a rotação do moinho e as vazões de bombeamento da polpa também foram mantidas constantes. As amostras foram coletadas em recipientes de 100 mL e vedadas em seguida. No laboratório, as amostras foram filtradas e a fase líquida foi utilizada para a determinação da concentração de lítio. As análises foram feitas por espectrometria de absorção atômica.

5.3. Ensaio de estímulo-resposta no circuito de lixiviação

A caracterização hidrodinâmica do circuito de lixiviação foi obtida através da realização do ensaio de estímulo-resposta com traçador inerte cloreto de lítio. Uma solução

contendo 20 kg de cloreto de lítio em 0,2 m³ de água foi injetada na forma de pulso na entrada do tanque 04 e amostras foram coletadas nas saídas dos tanques 04, 05, 06 e 24, primeiro, segundo, terceiro e nono tanques da cascata de lixiviação, respectivamente, Figura 5.4.

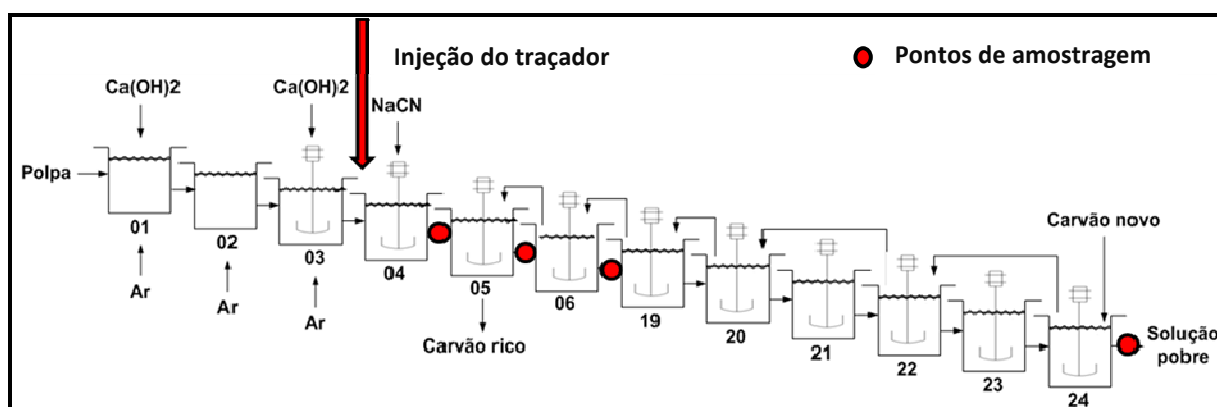


Figura 5.4: Pontos de amostragem no circuito de lixiviação industrial – linha 1

Os tempos de coleta das amostras foram determinados previamente após simulações realizadas com os dados industriais da planta. A simulação do circuito de lixiviação também foi realizada levando em consideração o modelo compartimentado. Uma associação em série contendo três grandes reatores de mistura perfeita e seis pequenos reatores de mistura perfeita foi usada para representar o circuito. A solução numérica da equação algébrica no domínio de Laplace foi obtida com o método de Runge-Kutta de quarta ordem através do SIMULINK, MATLAB R2010a. A Figura 5.5 apresenta o bloco diagrama do circuito de lixiviação simulado.

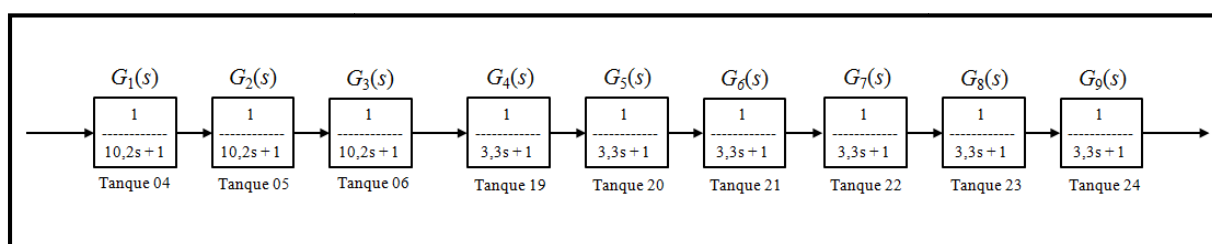


Figura 5.5: Bloco diagrama do circuito de lixiviação simulado

A Figura 5.6 mostra o resultado da simulação do circuito utilizado para estimar o intervalo de coleta das amostras e duração total do ensaio. De acordo com os resultados das simulações, após a injeção do traçador, amostras foram coletadas ao longo das primeiras 60 h na saída do tanque 04, 108 h na saída do tanque 05, 144 h na saída do tanque 06 e nas primeiras 180 h na saída do tanque 24. Em função dos perfis das distribuições simuladas, maiores quantidades de amostras foram coletadas nos tempos próximos aos picos das distribuições de cada tanque.

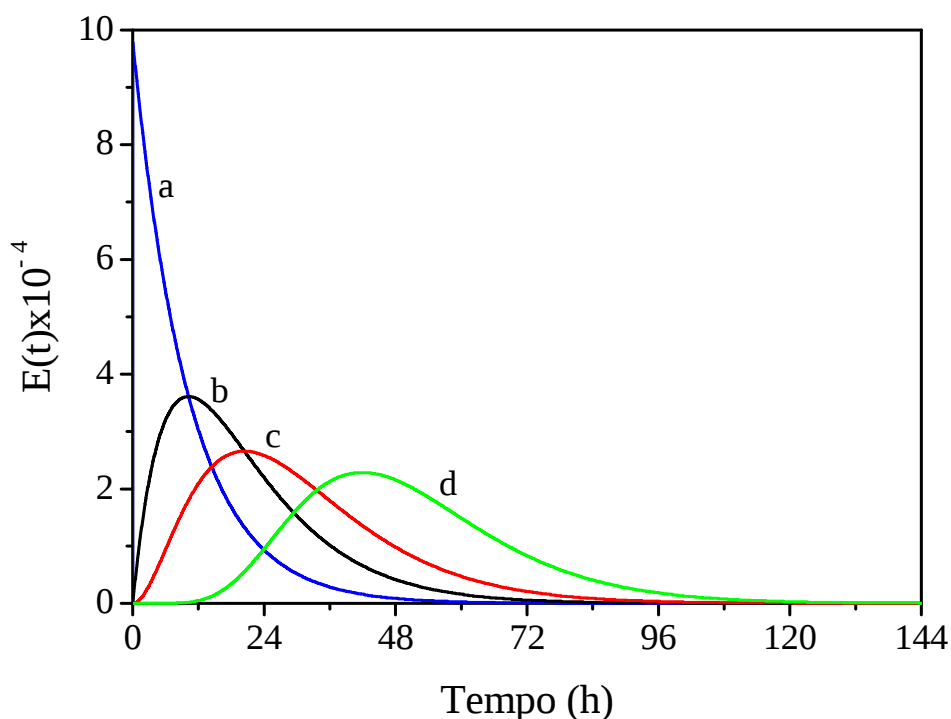


Figura 5.6: Simulação das DTR do circuito de lixiviação industrial em tanque agitado da linha I da MFB. a) Saída do tanque 04 b) Saída do tanque 05 c) Saída do tanque 06 d) Saída do tanque 24

Durante a realização do ensaio a vazão de sólidos no circuito de lixiviação foi mantida aproximadamente constante com vazão média de 37,05 t/h. O circuito de lixiviação foi operado sem a mobilização do carvão de modo que nenhum reciclo foi executado durante o

ensaio. As amostras foram coletadas em recipientes de 250 mL e vedadas em seguida. No laboratório, as amostras foram filtradas e a fase líquida foi utilizada para a determinação da concentração de lítio. As análises foram feitas por espectrometria de absorção atômica.

5.4. Determinação dos parâmetros dos modelos propostos

A calibração do modelo matemático que descreve o resultado do ensaio de estímulo-resposta para o produto do circuito industrial de moagem-classificação foi realizada levando-se em consideração:

- ✓ Os tempos de residência médios de cada reator de mistura perfeita que representa um dispositivo do circuito;
- ✓ Os termos α e β que representam a fração do fluxo de fluidos direcionado para cada ramo,
- ✓ O tempo de residência médio do reator de fluxo pistonado utilizado para representar o atraso da saída do traçador do circuito.

Por sua vez, a calibração do modelo matemático que descreve os diferentes resultados obtidos do experimento de estímulo-resposta no circuito de lixiviação industrial foi realizada levando-se em consideração;

- ✓ O número de reatores de mistura perfeita, L , da série;
- ✓ O número de reatores de mistura com troca entre zonas ativa e estagnada, M , da série;
- ✓ Os parâmetros f_a e λ , que correspondem a fração do volume do reator de zona ativa e a fração da taxa de fluxo que é trocado entre a zona morta e zona ativa, respectivamente;
- ✓ Os tempos de residência médios de cada reator ideal do modelo.

Os parâmetros foram ajustados, para que as soluções previstas pelos modelos ficassem próximas dos resultados calculados a partir dos valores observados, por meio de uma função

objetivo. A função objetivo adotada considera a minimização da soma dos quadrados da diferença entre os valores observados e preditos pelos modelos. Dois códigos computacionais foram escritos no MATLAB R2010a usando a função residente de otimização FMINUNC que é geralmente usada para encontrar o mínimo de uma função escalar de múltiplas variáveis a partir de um valor inicial mediante um critério previamente estabelecido, por exemplo, soma dos desvios quadráticos (APÊNDICES C e D). Detalhes das funções de otimização do MATLAB podem ser encontradas nos documentos *on-line* da Mathworks em (<http://www.mathworks.com/support/tech-notes>). A Figura 5.7 mostra o algoritmo utilizado para a estimativa dos parâmetros.

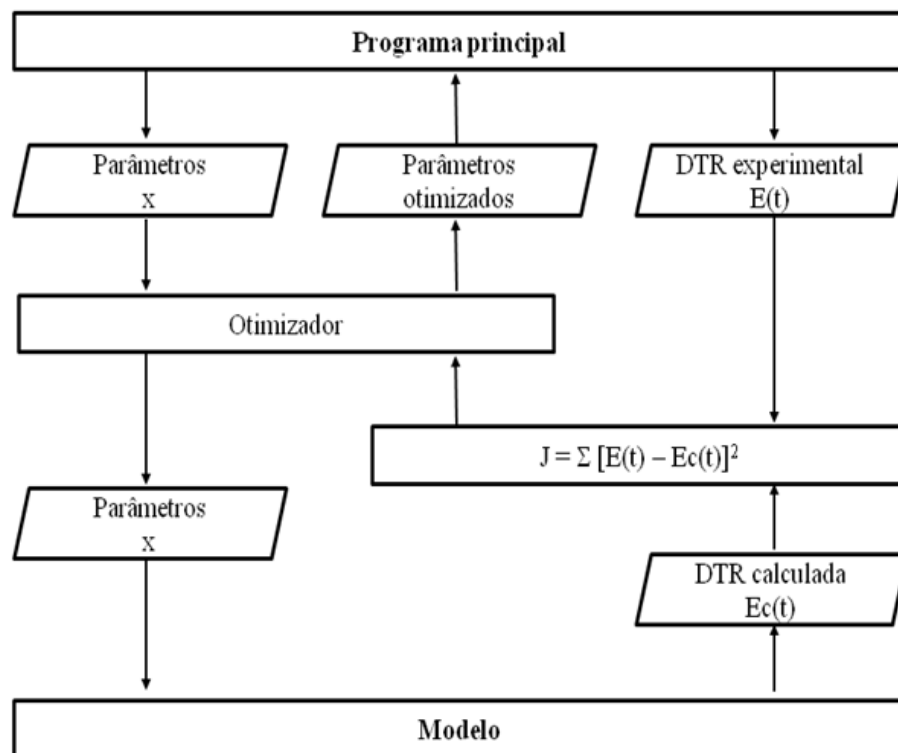


Figura 5.7: Algoritmo para estimativa dos parâmetros

CAPÍTULO VI

RESULTADOS: ESTUDO DE CASO 1

Neste capítulo são apresentados os resultados do balanço de massa reconciliado do circuito fechado de moagem-classificação e os resultados do estudo de caso 1 que trata da caracterização hidrodinâmica de um circuito fechado de moagem-classificação.

6.1. Balanço de massa do circuito fechado de moagem-classificação

Santos (2010) avaliou o circuito de moagem da linha 1 da MFB a partir de uma campanha de amostragem com a coleta de polpa em diversos pontos do circuito. Em seu trabalho, Santos (2010) utilizou as amostras para determinar a concentração mássica de sólidos (% sólidos) e teores de ouro. Durante a campanha, a vazão de sólidos na alimentação do circuito foi monitorada assim como as vazões de água na alimentação do moinho e no tanque 1. Os valores obtidos neste trabalho são mostrados na Tabela 6.1.

A partir dos dados da Tabela 6.1, balanços de massas locais foram calculados e as soluções foram aproveitadas como valores iniciais para a reconciliação de dados. A Figura 6.1 apresenta os resultados do balanço de massa reconciliado. No APÊNDICE A é encontrado o procedimento matemático empregado na reconciliação dos dados e no APÊNDICE B é apresentado o código computacional, escrito no MATLAB R2010, usado para resolver o sistema de equações não-lineares resultante da aplicação do Método dos Multiplicadores de Lagrange. Neste código foi aplicada a função residente FSOLVE que é geralmente utilizada para resolver sistemas de equações não-lineares de múltipla variáveis. Maiores informações sobre a reconciliação de dados podem ser encontradas em Narasimhan e Jordache (2000).

Alguns exemplos de aplicação da reconciliação de dados na indústria minero-metalúrgica pode ser encontrada em de Andrade Lima (2006), de Andrade Lima e Hodouin (2006) e de Jesus *et al.* (2011).

Tabela 6.1: Dados do circuito fechado de moagem-classificação (Adaptada de Santos, 2010)

	Descrição	Vazão de sólidos (t/h)	% Sólidos	Teor de Au (g/t)
1	Alimentação do moinho	41,5		1,99
2	Descarga do moinho		82	15,22
3	Refugo	1,9	99	
4	Alimentação da 1° classificação		22	7,00
5	<i>Overflow</i> da 1° classificação		20	1,47
6	<i>Underflow</i> da 1° classificação		73	17,54
7	Alimentação da 2° classificação		48	12,74
8	<i>Underflow</i> da 2° classificação		85	14,54
9	<i>Overflow</i> da 2° classificação		15	1,90
10	Alimentação tanque 3		72	18,16
11	Produto do circuito		18	1,76
12	Água na alimentação do moinho	12,0		
13	Água no tanque 1	64,0		

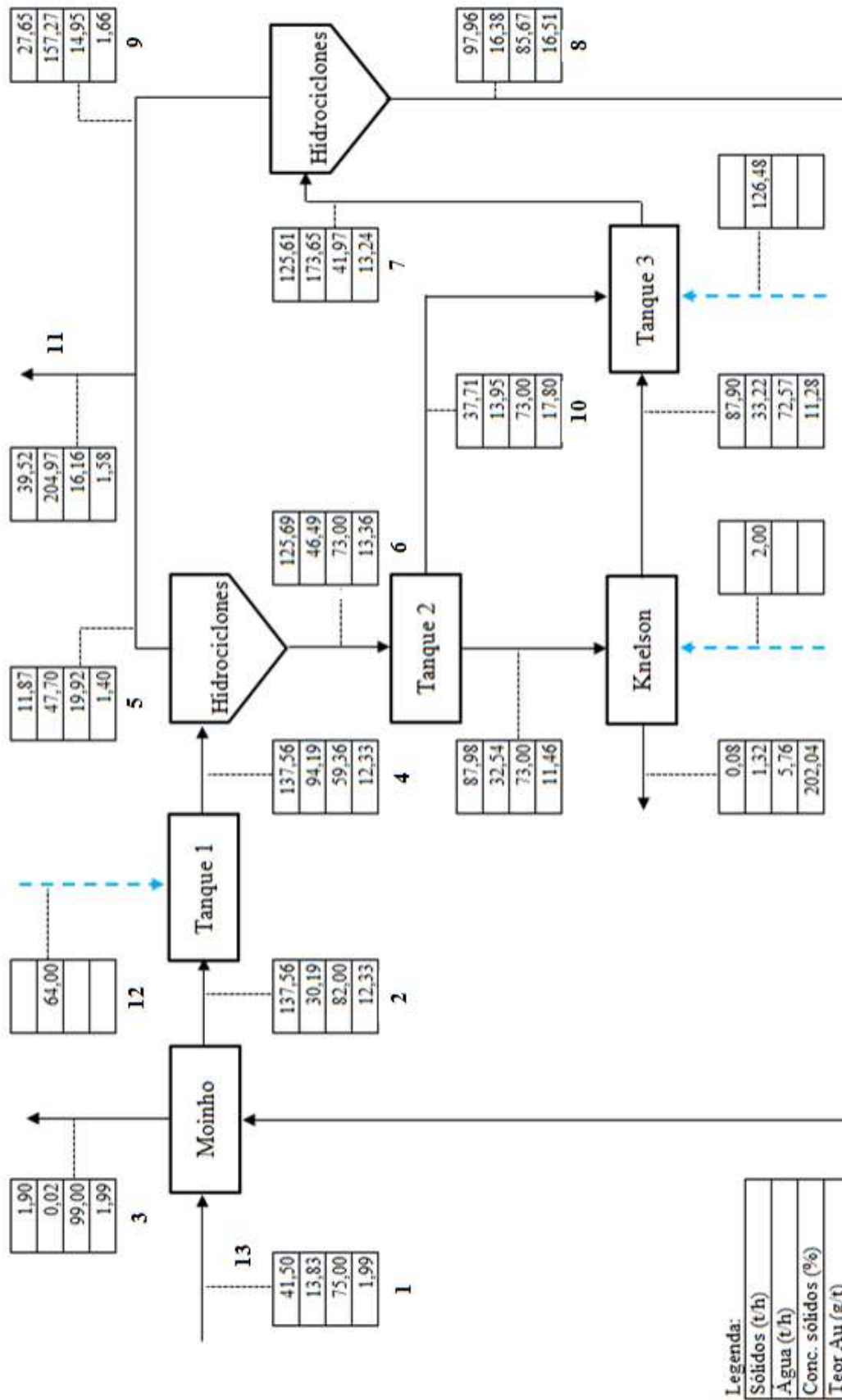


Figura 6.1: Balanço de materiais reconciliado do circuito de moagem-classificação da MFB – linha 1 (15 à 22/04/2010)

6.2. Hidrodinâmica do circuito fechado de moagem-classificação

Os perfis de concentração de lítio na fase líquida da polpa em função do tempo na descarga do moinho, nos grossos da primeira classificação (*underflow* da primeira classificação) e nos finos das classificações (produto do circuito) são apresentados nas Figuras 6.2, 6.3 e 6.4, respectivamente. Os comportamentos apresentados nesses perfis são típicos de reatores de fluxo pistonado com presença de dispersão axial. Como previsto pela simulação do circuito, um tempo inferior a 20 minutos foi suficiente para que a maior parte do traçador deixasse o circuito não sendo mais detectado nas amostras coletadas num tempo igual ou superior a 60 minutos.

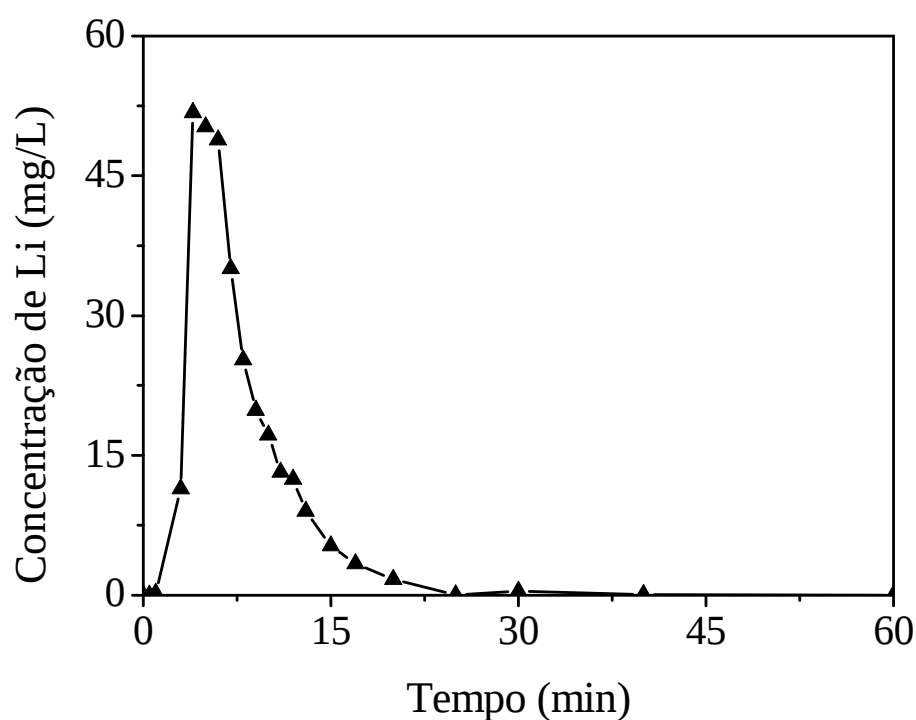


Figura 6.2: Concentração de lítio na descarga do moinho

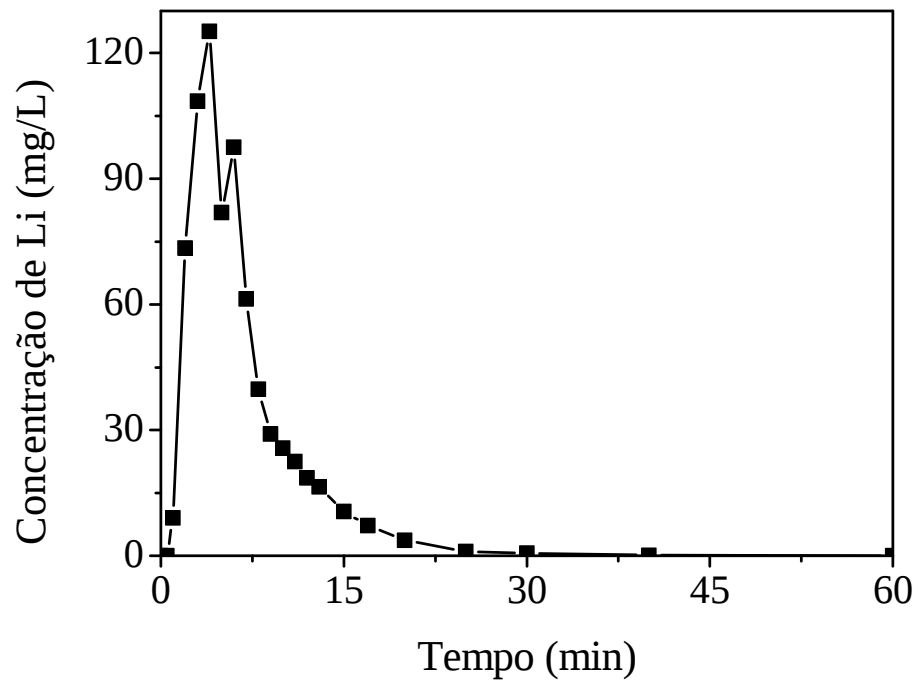


Figura 6.3: Concentração de lítio no *underflow* da primeira classificação

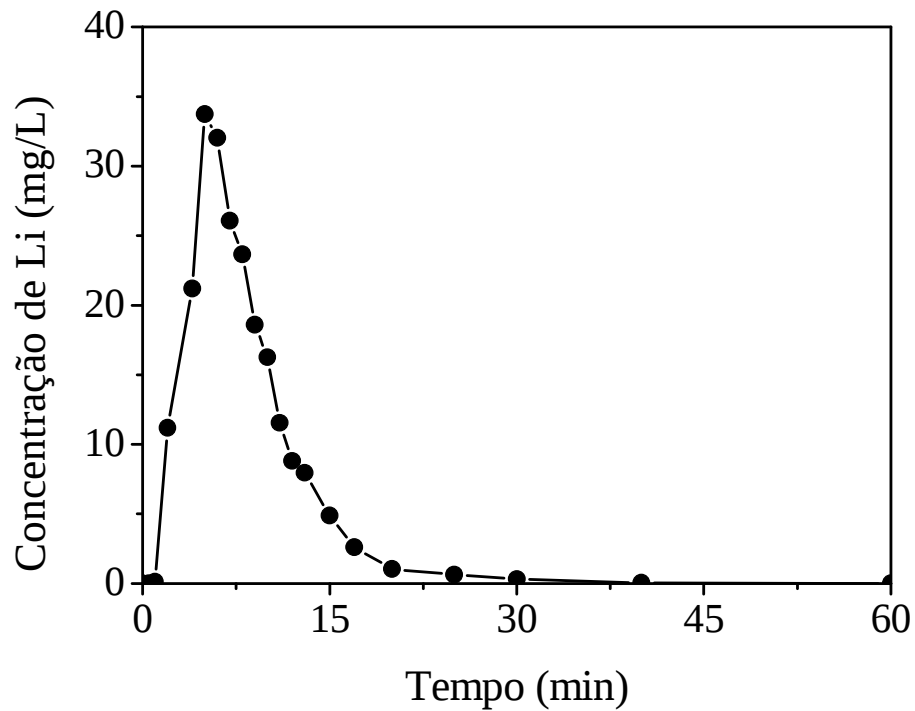


Figura 6.4: Concentração de lítio no produto do circuito

A comparação dos perfis revela que as maiores concentrações de lítio foram detectadas nas amostras coletadas na corrente do *underflow* da primeira classificação. Este resultado está em desacordo com os resultados obtidos na simulação do circuito que previa maiores concentrações de lítio na corrente da descarga do moinho. A este fato pode-se relacionar a provável adsorção do lítio nas partículas dos minerais constituintes da polpa, principalmente nas partículas dos minerais carbonosos, a exemplo da grafita. O balanço de materiais mostra que existe um grande reciclo de sólidos ao passo que uma grande quantidade de água deixa o circuito através da corrente dos finos das classificações (ver Figura 6.1). Os equipamentos usados na separação por tamanho (hidrociclones) indiretamente atuam na segregação das partículas em função das suas diferentes densidades. Nesses equipamentos os grossos e densos são direcionados para a parte inferior e os finos e menos densos para a parte superior junto com a maior parcela de água. Desta forma, o lítio absorvido nas partículas minerais de maior tamanho tende a permanecer maior tempo no circuito e isto pode estar relacionado com a observação das maiores concentrações do traçador no *underflow* da primeira classificação.

A Tabela 6.2 mostra o tempo de residência médio calculado para a descarga do moinho, produto do circuito e *underflow* da primeira classificação assim como as respectivas variâncias. Os resultados revelam que o tempo de residência médio da fase líquida no circuito é relativamente curto, 8,3 minutos, e que as distribuições são altamente dispersas. A elevada dispersão sugere que uma parcela significativa dos elementos de fluidos permanece no circuito por um tempo maior que o tempo de residência médio.

Tabela 6.2: Tempo de residência médio e variância das distribuições

	Descarga do moinho	<i>Underflow</i> primeira classificação	Produto do circuito
τ (min)	7,9671	6,7513	8,3149
σ^2 (min ²)	50,4063	49,4672	65,6950

6.2.1. Distribuições adimensionais do circuito de moagem-classificação

As distribuições do tempo de residência adimensionais, $E(\theta)$, calculadas através da equação 2.7, em função do tempo adimensional, para a fase líquida da polpa na descarga do moinho, *underflow* da primeira classificação e no produto do circuito podem ser vistas nas Figuras 6.5 a 6.7. Esta função é muitas vezes usada para comparar o comportamento hidrodinâmico de diferentes reatores e o efeito das condições operacionais.

A Figura 6.5 mostra o padrão hidrodinâmico da fase líquida da polpa na descarga do moinho. Esta distribuição se aproxima da distribuição de um reator de fluxo pistonado com presença de longa calda, que pode ser indicativo de zona de estagnação de fluidos ou, neste caso, retroalimentação ou reciclo. A Figura 6.6 apresenta o padrão hidrodinâmico do *underflow* da primeira classificação. Esta distribuição é marcada por um duplo pico que pode está relacionado com o reciclo do traçador junto aos sólidos no circuito. A Figura 6.7, por sua vez, apresenta a hidrodinâmica da fase líquida do produto do circuito. Esta curva apresenta semelhança com a curva de distribuição de um reator de fluxo pistonado com a presença de uma calda que pode está relacionada com a recirculação da fase líquida. É possível observar que o tempo de permanência da fase líquida no circuito é bastante elevado sendo necessário um tempo superior a cinco vezes o tempo de residência médio para que o traçador deixe de ser detectado na descarga do moinho e no *underflow* da primeira classificação. De acordo com os resultados, o traçador deixa completamente o circuito após ter percorrido um tempo próximo a cinco vezes o tempo de residência médio.

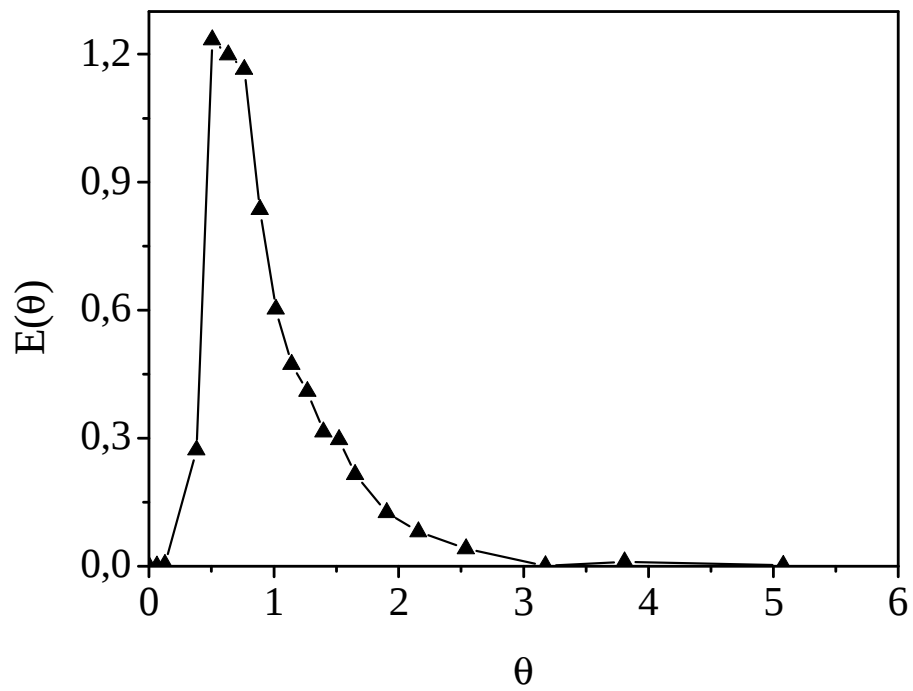


Figura 6.5: Distribuição do tempo de residência adimensional da descarga do moinho

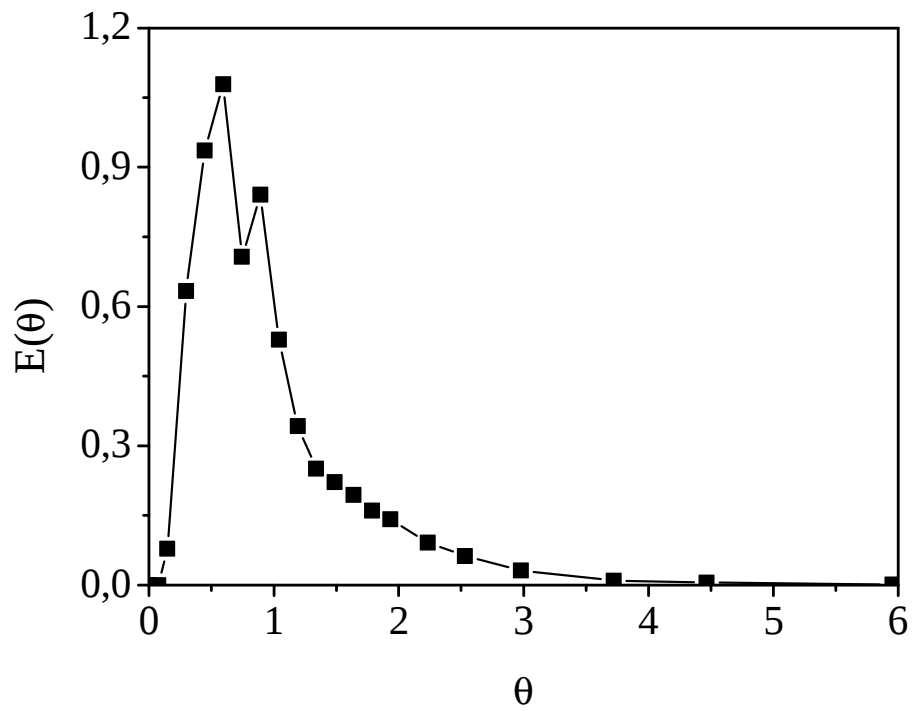


Figura 6.6: Distribuição do tempo de residência adimensional do *underflow* da primeira classificação

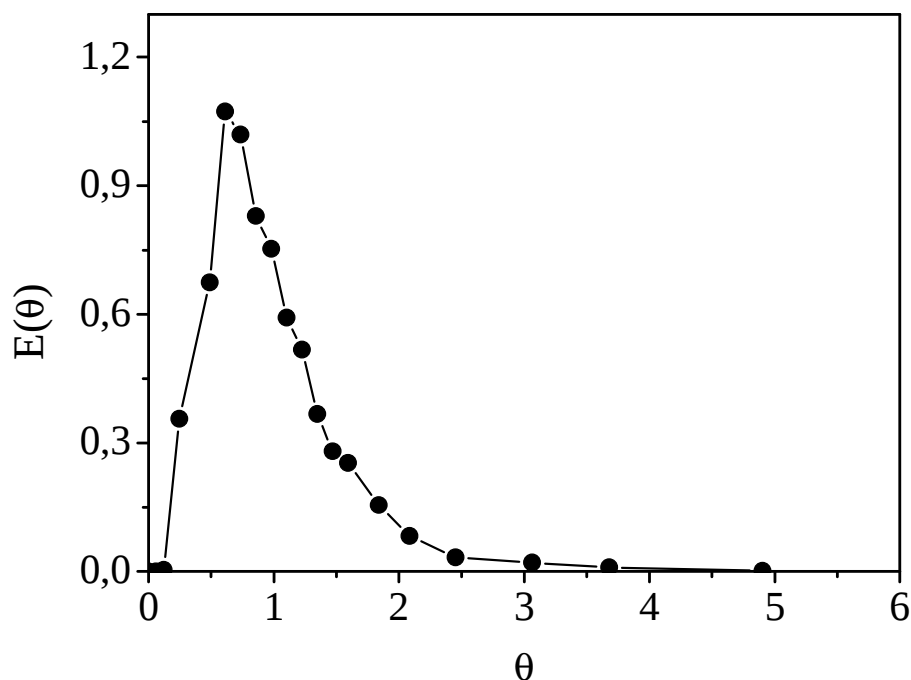


Figura 6.7: Distribuição do tempo de residência adimensional no produto do circuito

6.2.2. Modelagem do circuito de moagem-classificação

Outra abordagem utilizada para interpretar o comportamento hidrodinâmico de reatores é através da modelagem das distribuições. Neste contexto, o modelo compartimentado, que se baseia na combinação de reatores ideais simples como misturadores perfeitos (CSTR) e reatores de fluxo pistonado (PFR) em diferentes arranjos e configurações, foi utilizado para ajustar a distribuição do produto do circuito. Para isto, um algoritmo foi criado para ajustar a distribuição resultante do arranjo de reatores ideais à distribuição experimental $E(t)$, estimando os parâmetros e simulando a resposta do sistema. O algoritmo, escrito em MATLAB, utiliza a função residente FMINUNC que é um algoritmo utilizado para encontrar o mínimo de uma função escalar de múltiplas variáveis a partir de um valor inicial.

Vários arranjos foram avaliados para representar o padrão hidrodinâmico do circuito, mas o resultado mostrado é aquele que melhor ajustou aos dados experimentais com um número limitado de parâmetros e que guarda correspondência física com o circuito estudado. A distribuição foi ajustada com o modelo utilizado para simular o circuito acrescido por um

reator de fluxo pistonado. A equação global, no domínio de Laplace, que descreve a dinâmica da fase líquida no processo é dada por:

$$G_R(s) = G_d(s) \left[\frac{(1-\alpha)G_a(s) + \alpha\beta G_a(s)G_b(s)}{1 - (1-\beta)\alpha G_a(s)G_b(s)} \right] \quad (6.1)$$

sendo,

$$G_a(s) = G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s) \quad (6.2)$$

e

$$G_b(s) = G_5(s)G_6(s) \quad (6.3)$$

são as funções de transferência resultantes da associação do moinho com tanque 1 e do tanque 2 com o tanque 3, respectivamente; $G_d(s)$ representa o atraso da saída do circuito; α corresponde a partição da fase líquida na primeira classificação e β a partição na segunda classificação.

A Figura 6.8 apresenta o bloco diagrama com os valores dos parâmetros ajustados. No modelo, cada tanque do circuito foi representado por um misturador perfeito enquanto o moinho foi representado pela associação de três reatores de mistura perfeita, dois pequenos seguidos por um grande. Para melhorar a qualidade do ajuste um reator de fluxo pistonado foi adicionado ao modelo. Este reator representa o atraso da saída do traçador do circuito. O atraso pode está relacionado com o tempo de passagem da polpa através dos dutos que interligam os dispositivos (equipamentos, tanques e bombas).

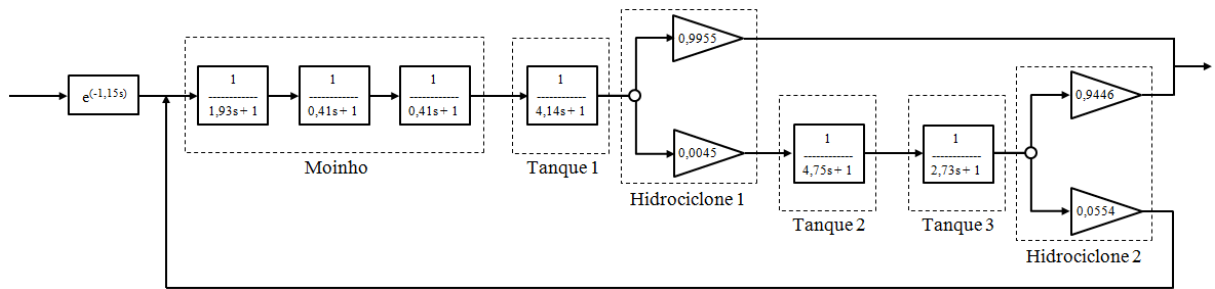


Figura 6.8: Bloco diagrama do circuito de moagem-classificação com parâmetros ajustados

A Figura 6.9 mostra o resultado predito pelo modelo e a distribuição experimental obtida na saída do circuito de moagem e classificação. Em função do critério de minimização adotado para o ajuste da curva teórica aos dados experimentais os pontos localizados no pico da curva experimental não foram bem representados. O critério da soma dos desvios quadráticos não leva em consideração a localização dos pontos sendo isento de ponderações. Por outro lado pode-se notar que o ajuste do modelo aos dados experimentais é satisfatório na maioria dos pontos.

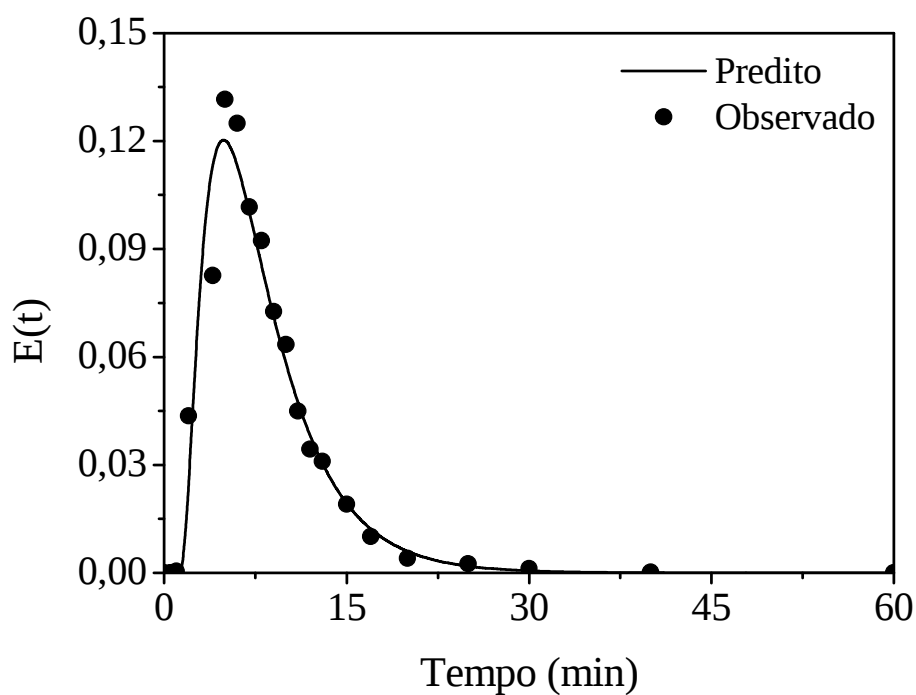


Figura 6.9: Distribuição do tempo de residência observada e predita pelo modelo da saída do circuito

Embora o melhor modelo encontrado para descrever a DTR da fase líquida da polpa na saída do circuito tenha um grande número de parâmetros, este pode ser usado em conjunto com equações cinéticas de dissolução do ouro para simular o efeito da adição de cianeto, na etapa de moagem, no processo de lixiviação de ouro na usina.

CAPÍTULO VII

RESULTADOS: ESTUDO DE CASO 2

Neste capítulo, são apresentados os resultados do estudo de caso 2 que trata da caracterização hidrodinâmica de um circuito industrial de lixiviação em tanque agitado.

7.1. Hidrodinâmica do circuito de lixiviação

Durante o experimento, as vazões de sólidos no circuito da linha I assim como a concentrações de sólidos em massa foram monitoradas. As Figuras 7.1 e 7.2 apresentam os perfis desses parâmetros operacionais. A Figura 7.1 mostra que a vazão de sólidos durante o experimento foi de $37,05 \pm 4,75$ t/h enquanto que a Figura 7.2 mostra que a concentração de sólidos na polpa variou entre $52 \pm 4\%$. O monitoramento das condições operacionais no período de realização do ensaio sustenta a condição operacional de regime permanente.

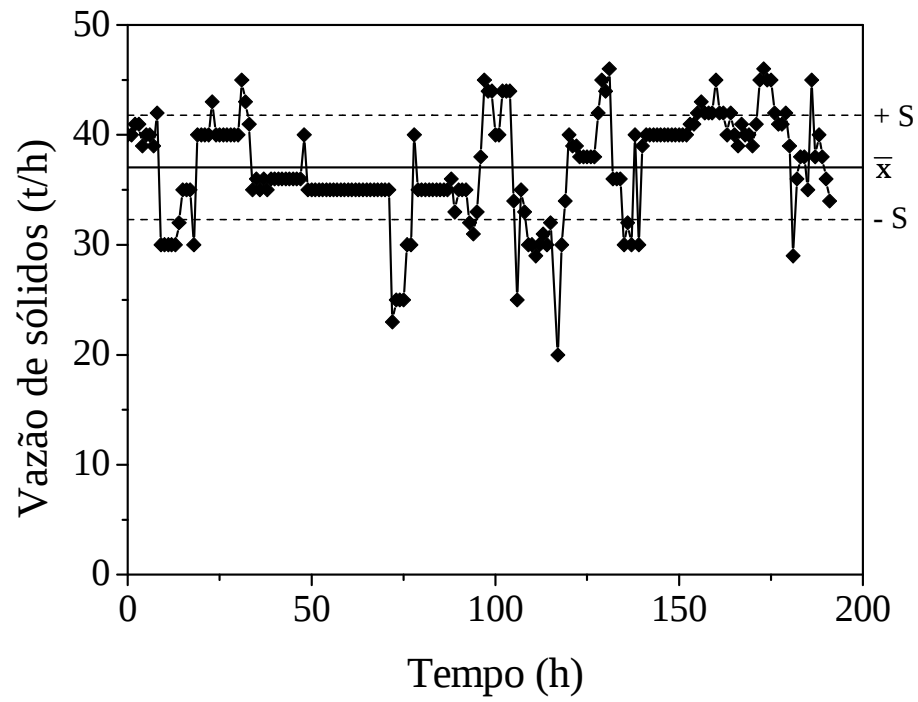


Figura 7.1: Perfil de vazão de sólidos na linha I do circuito de lixiviação

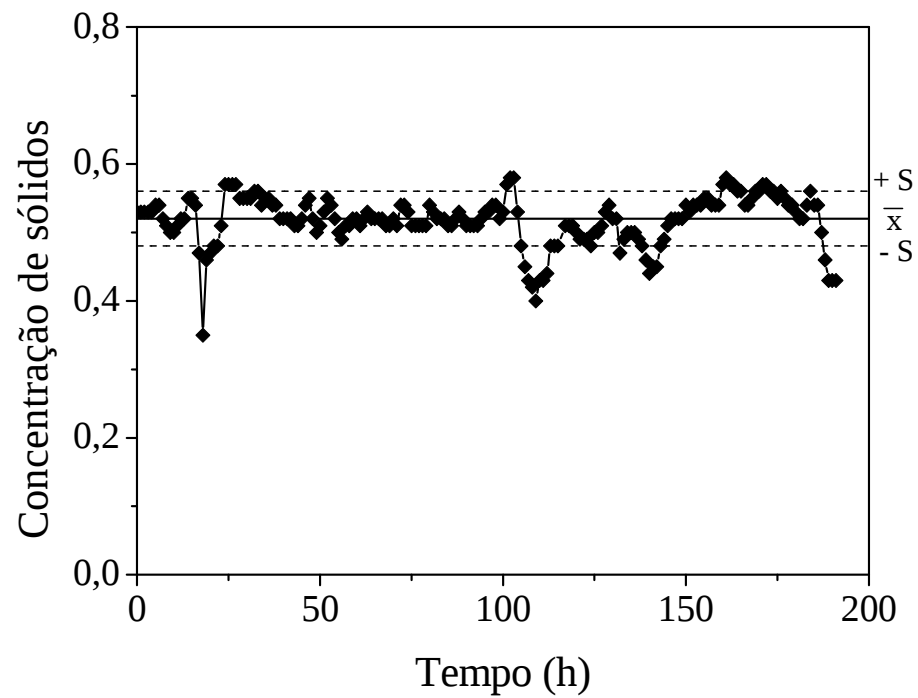


Figura 7.2: Perfil de concentração de sólidos em massa na linha I do circuito de lixiviação

A vazão de líquido (Q_L), a vazão de polpa (Q_P) e o tempo de residência nominal da polpa (τ_n) podem ser calculados através das equações:

$$Q_L = \frac{(100 - Cw)}{Cw} Q_S \quad (7.1)$$

$$Q_P = Q_L + Q_S \quad (7.2)$$

$$\tau_n = \frac{V_n \rho_P}{Q_P} \quad (7.3)$$

onde, Q_S é a vazão mássica de sólidos; Cw é a percentagem de sólidos na polpa; V_n é o volume dos tanques na cascata; ρ_P é a densidade da polpa, respectivamente.

Desta forma, durante o ensaio, a vazão de líquido e de polpa foram 34,20 e 71,25 t/h, respectivamente.

Os valores da concentração de lítio na solução em função do tempo na saída dos tanques avaliados são apresentados nas Figuras 7.3 a 7.6. O decaimento exponencial observado na Figura 7.3 é típico de um reator de mistura perfeita (CSTR). Por outro lado, os comportamentos apresentados nas Figuras 7.4 a 7.6 são típicos de reatores de fluxo pistonado com presença de dispersão axial.

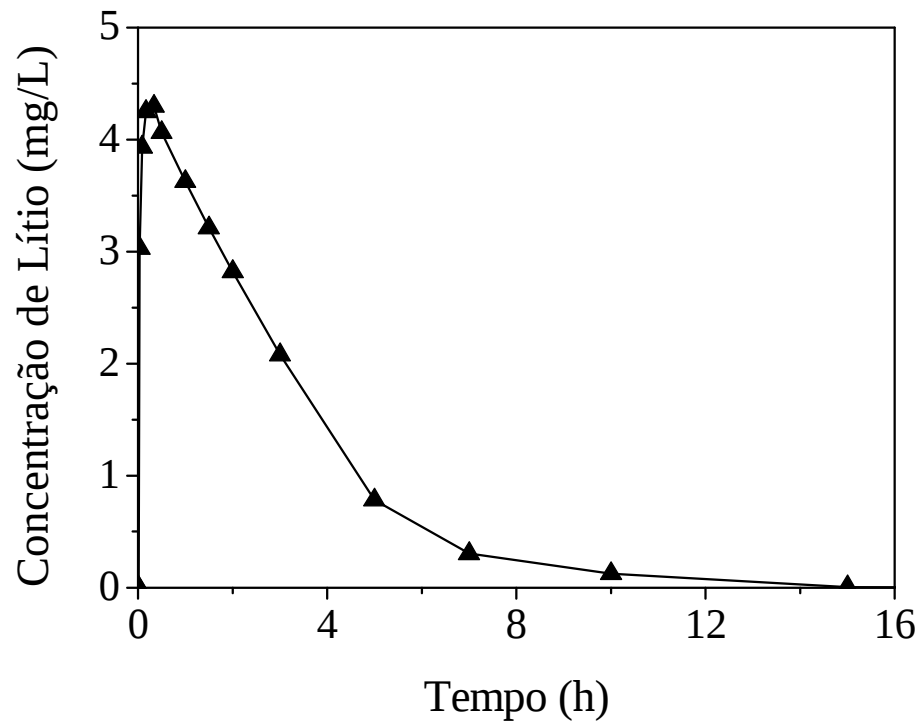


Figura 7.3: Concentração de lítio na solução em função do tempo na saída do tanque 04

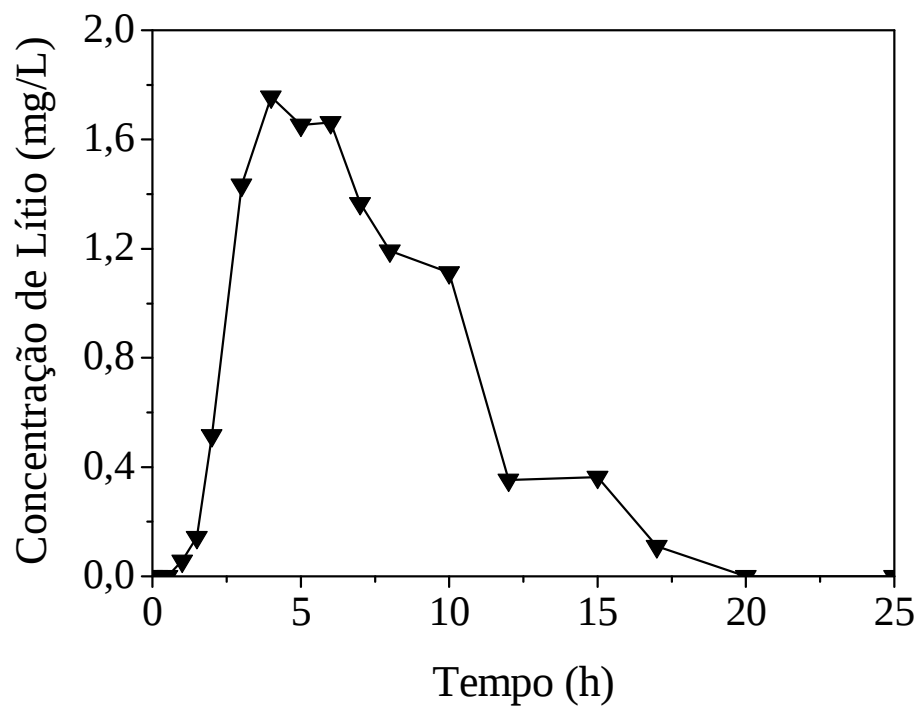


Figura 7.4: Concentração de lítio na solução em função do tempo na saída do tanque 05

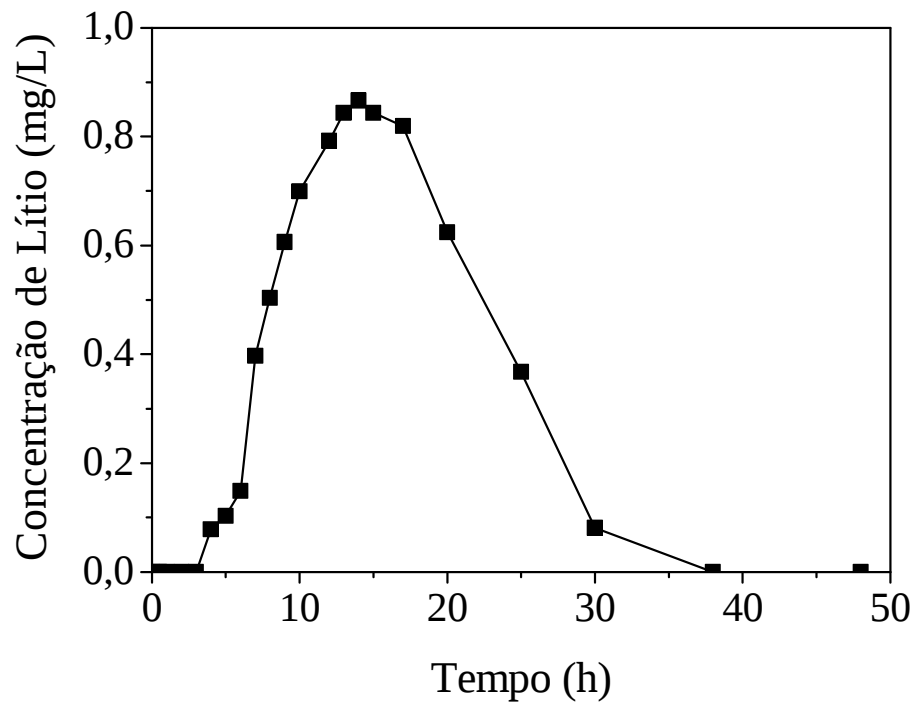


Figura 7.5: Concentração de lítio na solução em função do tempo na saída do tanque 06

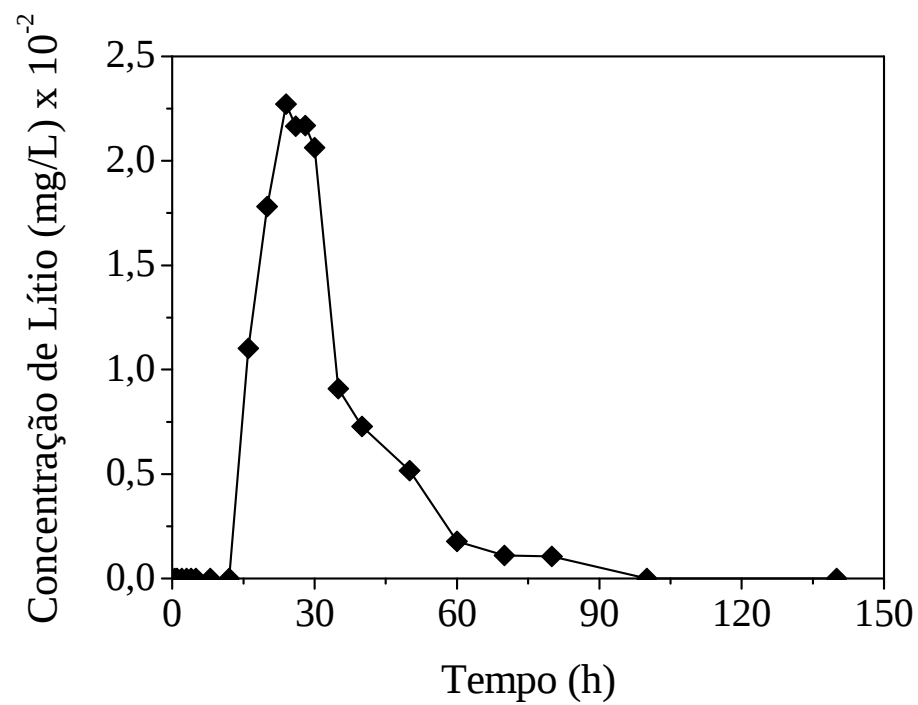


Figura 7.6: Concentração de lítio na solução em função do tempo na saída do tanque 24

Um gráfico que relaciona os tempos de residência médios da fase líquida e nominais da polpa é mostrado na Figura 7.7. A posição dos pontos abaixo da curva de simetria, linha tracejada, mostra que, em todos os casos, os tempos de residência médios do líquido são menores que os valores nominais da polpa. Este resultado indica que o estado de mistura dos elementos constituintes da polpa nos tanques não é adequado, pois revela que existem diferenças entre os tempos de permanência da fase sólida e líquida nos reatores. Esta diferença pode ser explicada pela redução do volume útil dos tanques em decorrência da presença do aparato mecânico de agitação da polpa além da presença da fase gasosa e a sedimentação de sólidos nas paredes dos tanques. Uma forte correlação é observada entre os referidos tempos. Essas grandezas são relacionadas através de uma função potencia apresentando um coeficiente de regressão $R^2 = 0,997$, ver Equação 7.4.

$$\tau = 0,101 \tau_n^{1,613} \quad (7.4)$$

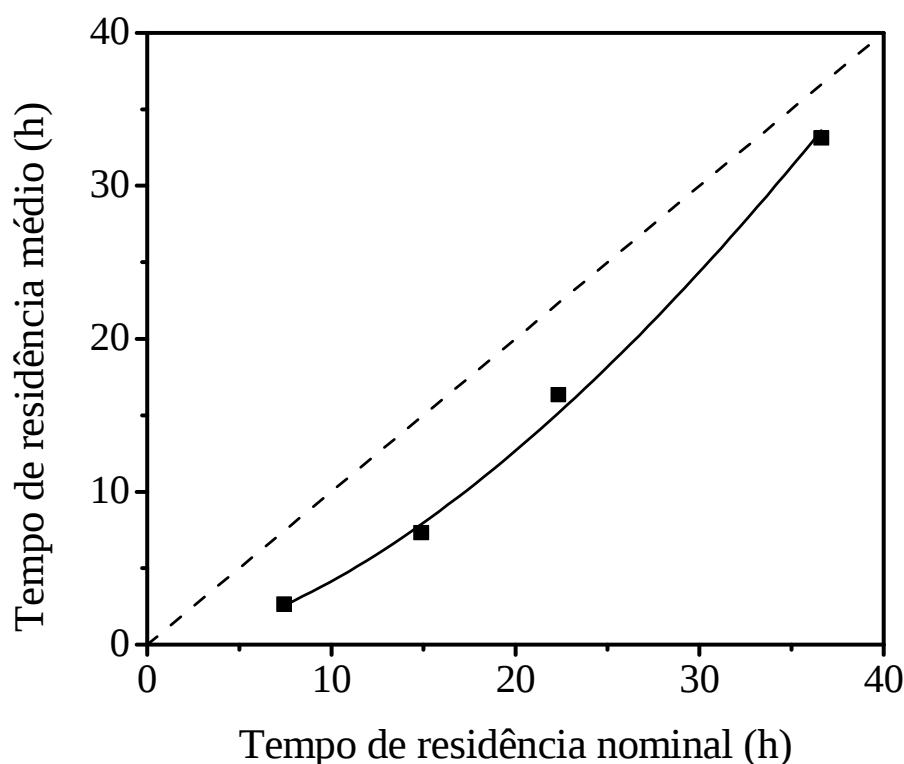


Figura 7.7: Relação entre os tempos de residência médios e nominais

7.1.1. Distribuições adimensionais do circuito de lixiviação

As distribuições do tempo de residência adimensionais, $E(\theta)$, calculadas através da equação 2.7, em função do tempo adimensional, para as saídas dos tanques 04, 05, 06 e 24 da linha I, podem ser vistas nas Figuras 7.8 a 7.11.

A curva mostrada na Figura 7.8 representa o padrão hidrodinâmico do tanque 04. Este se assemelha a um reator de mistura perfeita (CSTR) modificado por um pequeno deslocamento no início da curva, que indica um atraso na saída dos elementos de fluidos do reator. Nesta figura é visto que o tempo necessário para que todo traçador saia do tanque é superior a cinco vezes o tempo de residência médio. O elevado gradiente no início da curva e a longa cauda podem estar relacionados com zonas de estagnação de fluidos.

Os comportamentos hidrodinâmicos observados nas saídas dos tanques 05 e 06 da cascata são apresentados nas Figuras 7.9 e 7.10, respectivamente. As curvas se assemelham a distribuição de um reator de fluxo pistonado (PFR) com presença de forte dispersão axial. A assimetria observada pode estar associada com a presença de zonas de estagnação. O efeito do número de reatores na cascata pode ser notado ao comparar os resultados obtidos nas saídas desses tanques. O aumento do número de tanques implica na redução da dispersão e da assimetria da distribuição. Esses resultados estão de acordo com o sugerido pela literatura e podem estar relacionados com a modificação da dispersão axial e com a redução relativa do volume ocupado pelas zonas de estagnação no circuito.

Comportamento diferente é observado na distribuição do tanque 24, Figura 7.11. O padrão da curva obtida se aproxima de um PFR à medida que a dispersão da curva é reduzida, porém, a assimetria é significativamente aumentada, o que indica a presença de zona de estagnação ao longo da cascata. O afastamento da tendência apresentada pelas distribuições dos tanques 04 e 06 da cascata pode estar relacionado com a composição do circuito que é dotado por tanques de dois volumes diferentes.

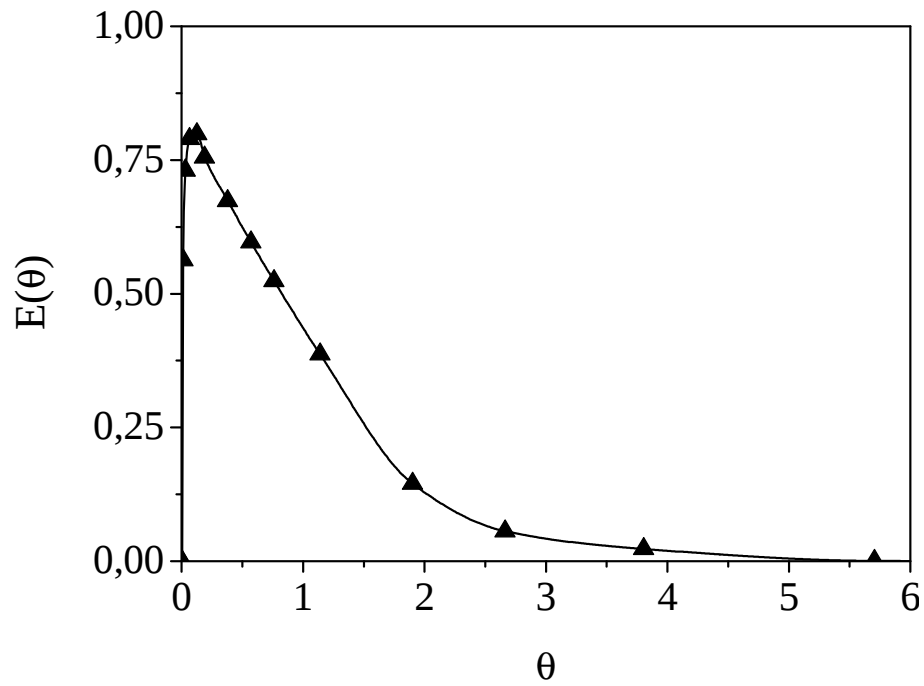


Figura 7.8: Distribuição do tempo de residência adimensional da saída do tanque 04

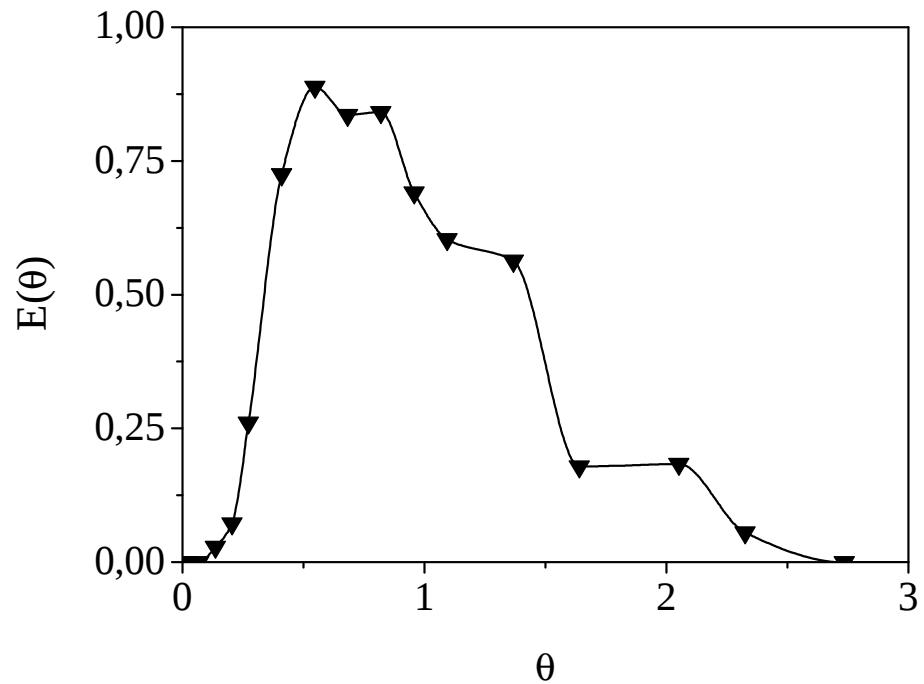


Figura 7.9: Distribuição do tempo de residência adimensional da saída do tanque 05

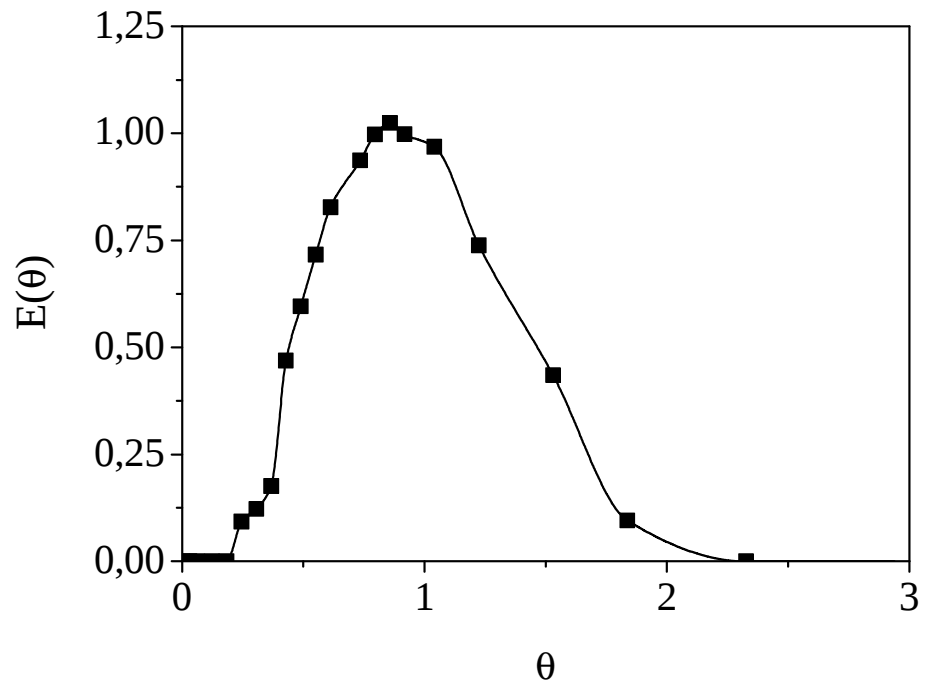


Figura 7.10: Distribuição do tempo de residência adimensional da saída do tanque 06

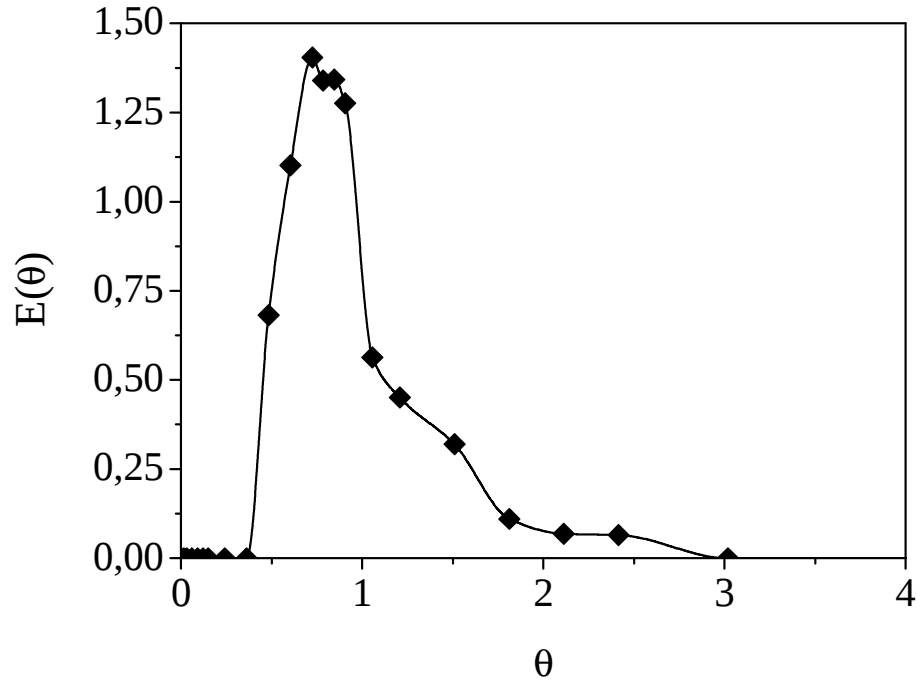


Figura 7.11: Distribuição do tempo de residência adimensional da saída do tanque 24

Outra função usada para avaliar a hidrodinâmica de reatores é a função intensidade. Esta função representa a probabilidade que o elemento de fluido leva para sair do reator num intervalo de tempo entre t e $t+\Delta t$. No caso de um CSTR a concentração do elemento de fluido dentro do reator é constante e, portanto a probabilidade do elemento sair do reator no tempo entre t e $t+\Delta t$ é máxima. Assim, sua função intensidade é uma constante e igual a um. Por outro lado, a concentração do elemento de fluido dentro de um PFR é caracterizado pela função delta de Dirac, $\delta(\theta)$. Sua função intensidade tende para o infinito quando θ é igual à unidade. No caso de reatores com presença de zona estagnação (CSTR-SZ), o elemento de fluido terá menor probabilidade de saída e a curva da função intensidade apresentará ao menos um trecho com gradiente negativo. No outro extremo, se o elemento de fluido deixa antecipadamente o reator, a probabilidade de saída será aumentada e a curva da função intensidade exibirá um pico. A abertura deste pico está relacionada com a dispersão axial do reator (NAOR e SHINNAR, 1963).

As funções intensidade, $\Lambda(\theta)$, calculadas através da equação 2.9, para as saídas dos tanques 04, 05, 06 e 24 da linha 1 são apresentadas nas Figuras 7.12 a 7.15.

A função intensidade obtida para a saída do tanque 04 mostra que seu padrão hidrodinâmico aproxima-se a um CSTR, Figura 7.12, estando a curva muito próxima da unidade. Na Figura 7.13 é possível observar um trecho onde ocorre uma mudança do gradiente da curva evidenciando, portanto a existência de zonas de estagnação de fluidos ao longo dos tanques 04 e 05 da cascata. Comportamento diferente é exibido na curva da função intensidade, obtida para a saída do tanque 06, Figura 7.14. A curva é monotônica crescente, não apresentando trechos de decrescimento. Este comportamento não caracteriza presença de zonas de estagnação. A este fato pode-se relacionar a eventual sedimentação de sólidos nos dois primeiros tanques da cascata, principalmente no segundo, o que implica na redução da concentração mássica de sólidos da polpa que passa através do terceiro tanque. Assim, a

polpa mais fluida passa por um processo mais intenso de agitação melhorando seu estado de mistura neste tanque.

A função intensidade do tanque 24, Figura 7.15, exibe trechos com gradiente negativo o que denota a presença de zonas de estagnação ao longo do circuito. Um pico antes de $\theta = 1$ pode indicar a presença de saída antecipada de fluidos do circuito.

As curvas adimensionais da função intensidade mostram claramente o impacto no comportamento hidrodinâmico da variação do número de reatores numa cascata de reatores industriais. Esses resultados são consistentes com as análises obtidas a partir da função $E(\theta)$ e juntas fornecem evidências da presença zonas de estagnação de fluidos nos tanques do circuito de lixiviação.

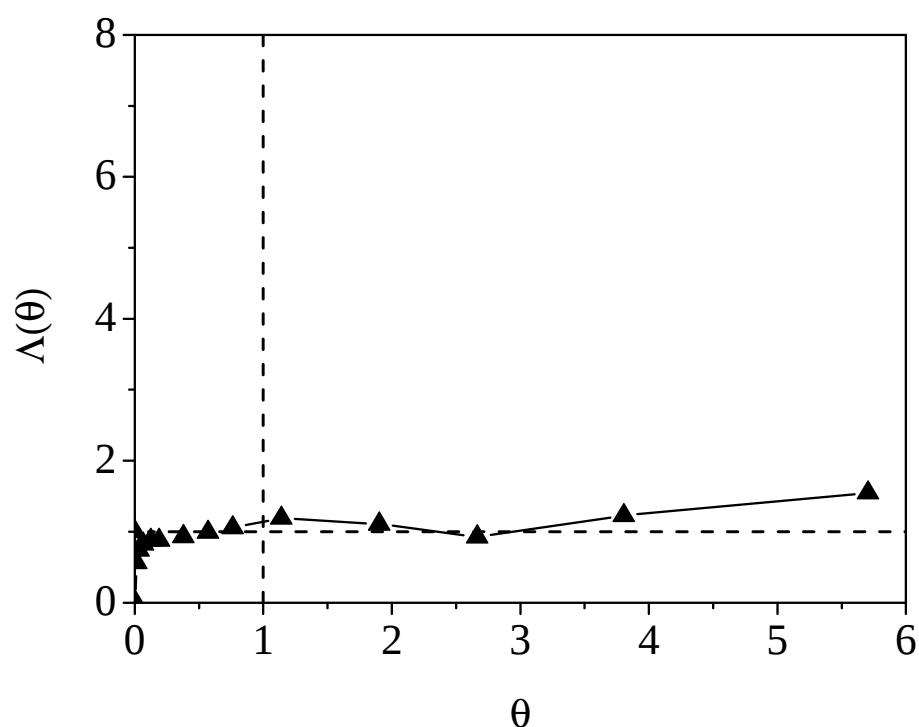


Figura 7.12: Função intensidade adimensional da saída do tanque 04

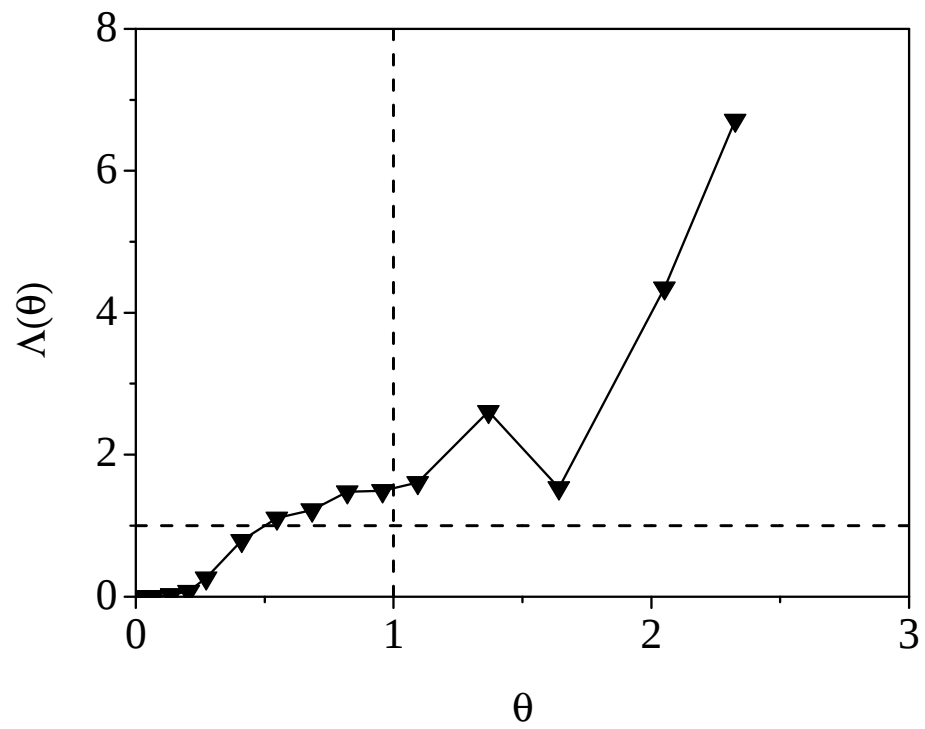


Figura 7.13: Função intensidade adimensional da saída do tanque 05

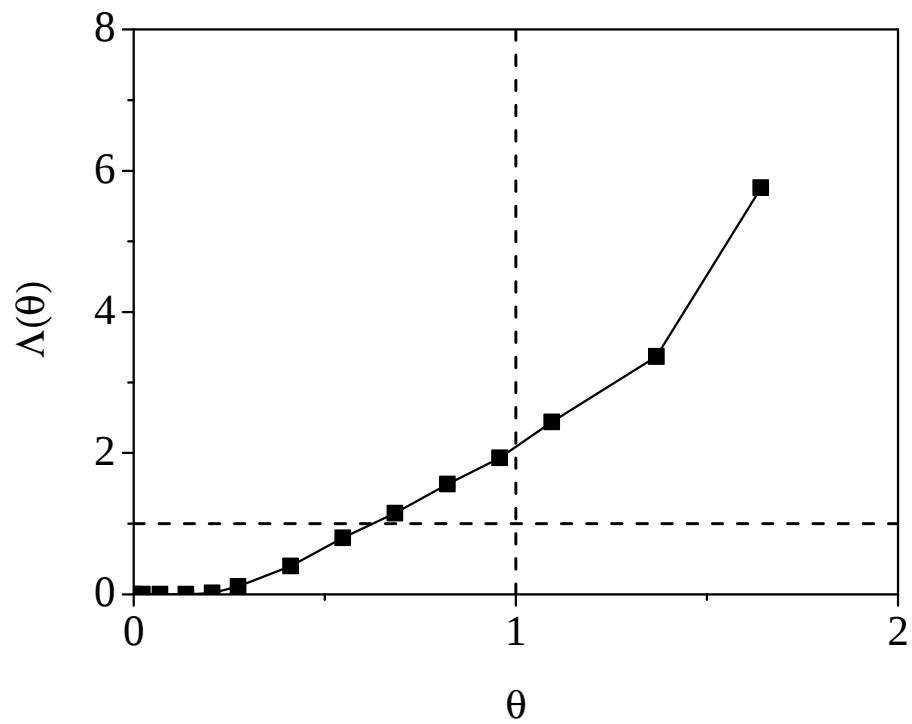


Figura 7.14: Função intensidade adimensional da saída do tanque 06

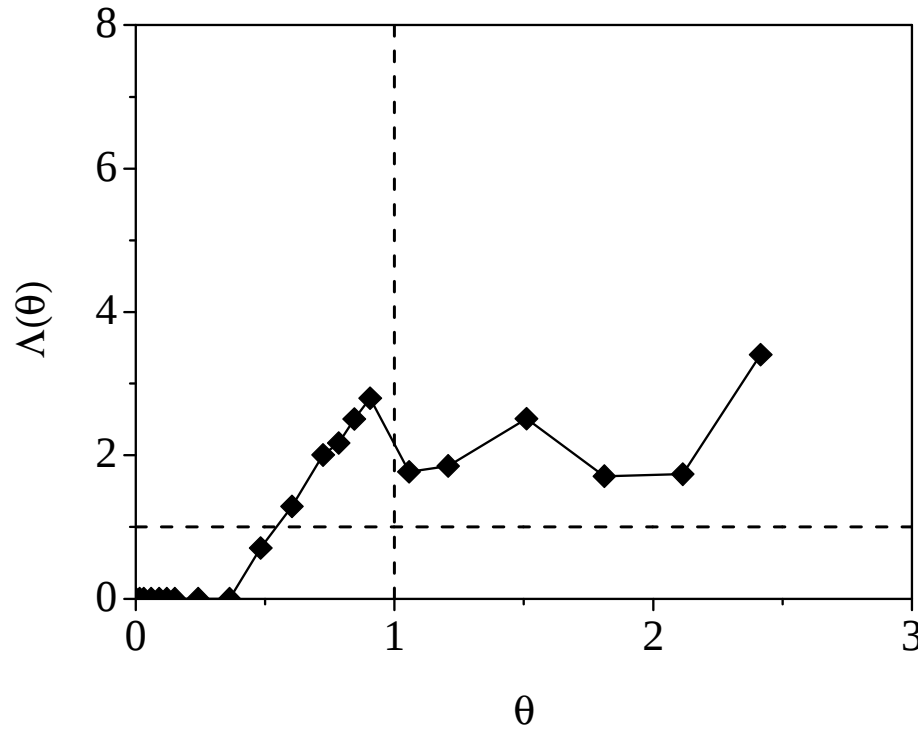


Figura 7.15: Função intensidade adimensional da saída do tanque 24

7.1.2. Modelagem do circuito de lixiviação

A modelagem das distribuições com o modelo compartimentado também foi realizado. Um grande número de arranjos foi avaliado para representar os diferentes padrões hidrodinâmicos dos circuitos, mas os resultados mostrados são apenas aqueles que melhor ajustaram aos dados experimentais com um número limitado de parâmetros. Todas as distribuições foram ajustadas com um arranjo de reatores ideais em série composto por K reatores de fluxo pistonado, L reatores de mistura perfeita e M reatores de mistura perfeita com troca entre zona ativa e zona estagnada. A superestrutura genérica que descreve o comportamento hidrodinâmico do circuito é apresentada na Figura 7.16. Nesta figura, τ_1 , τ_2 e τ_3 são os tempos de residência médios de cada reator do modelo, K , L e M correspondem ao número de reatores de cada tipo na cascata. Os parâmetros λ e f_a são a fração do fluxo de fluido trocado entre as zonas ativa e estagnada e a fração do volume do reator ocupado pela zona ativa, respectivamente.

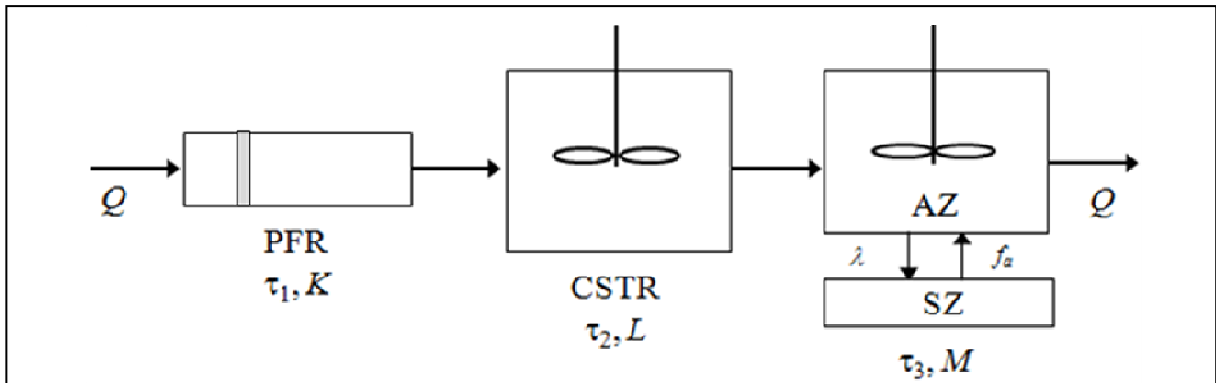


Figura 7.16: Modelo hidrodinâmico genérico para o circuito de lixiviação industrial

A função genérica do sistema, no domínio de Laplace, é dada pela equação 7.5.

$$G_R(s) = [G_p(s)]^K [G_c(s)]^L [G_d(s)]^M \quad (7.5)$$

sendo G_p representa a função de transferência do PFR, G_c a função de transferência dos CSTR, e G_d representa a função de transferência do CSTR-SZ.

As Figuras 7.17 a 7.20 mostram as distribuições observadas e previstas pelos modelos para as saídas dos tanques avaliados do circuito. A distribuição do tanque 04 foi ajustada com uma associação em série contendo um PFR, um CSTR e uma cascata com quatro CSTR-SZ pequenos, Figura 7.17. De maneira análoga, as distribuições das saídas dos tanques 05, 06 e 24 foram ajustadas modificando apenas o número de reatores CSTR das séries, Figuras 7.18 a 7.20, respectivamente. A falta de ramificações no modelo indica a ausência de formação de caminhos preferenciais.

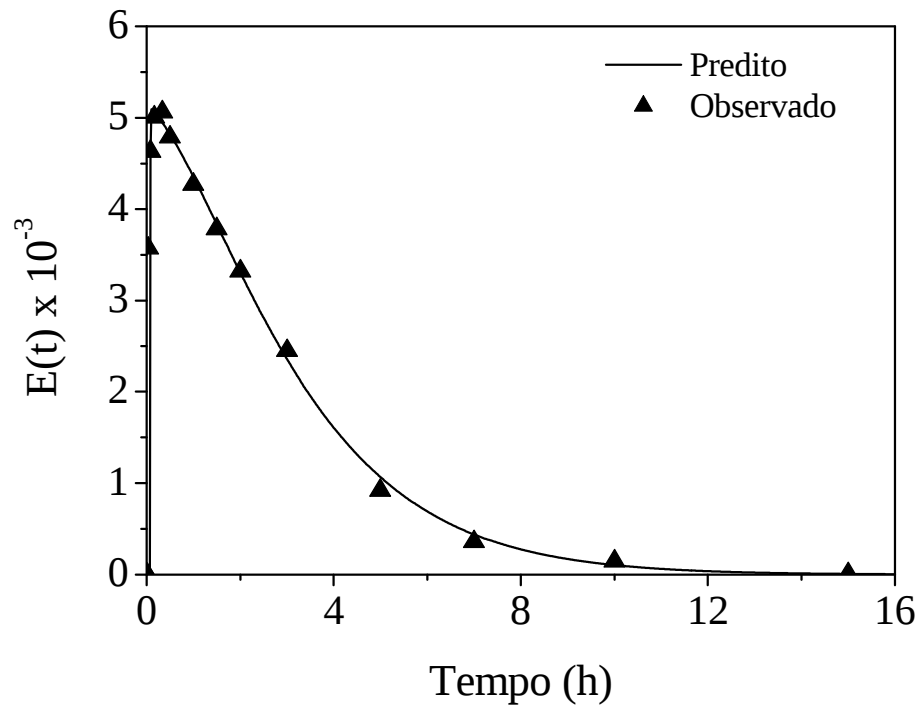


Figura 7.17: Distribuição do tempo de residência observada e predita pelo modelo da saída do tanque 04

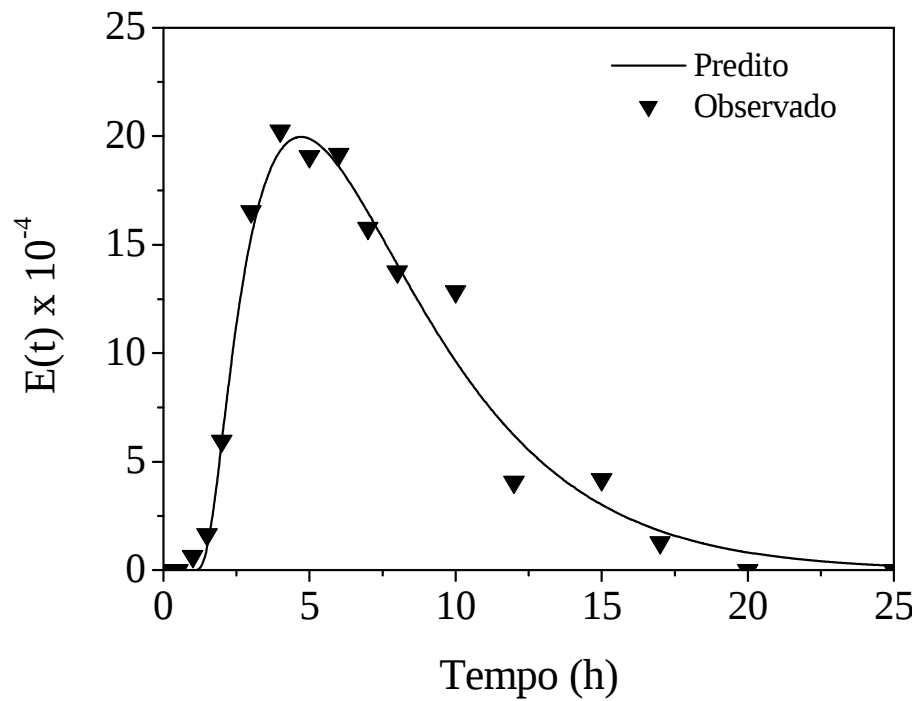


Figura 7.18: Distribuição do tempo de residência observada e predita pelo modelo da saída do tanque 05

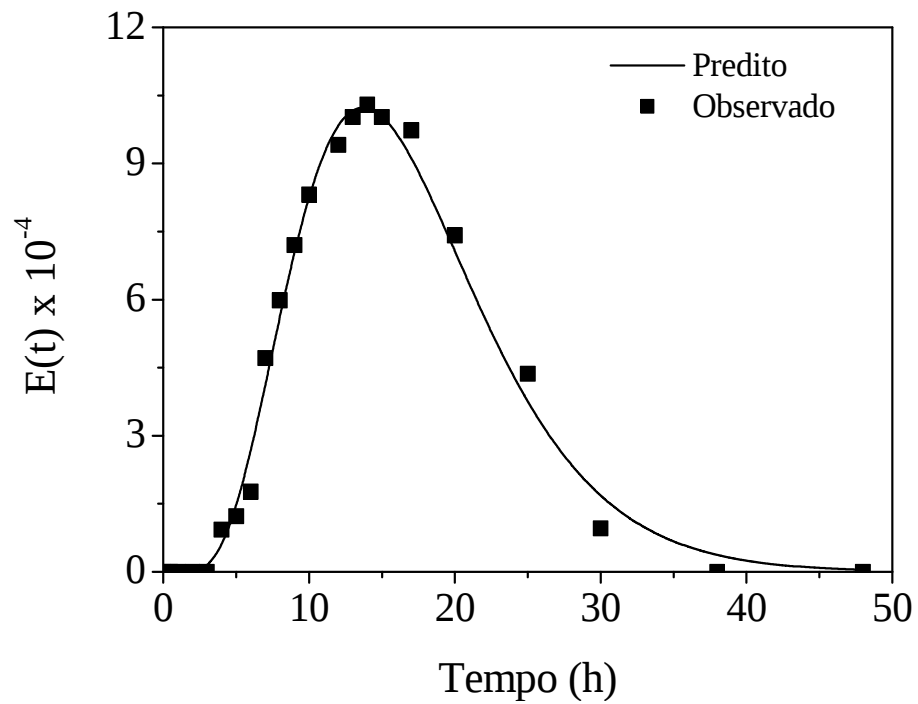


Figura 7.19: Distribuição do tempo de residência observada e predita pelo modelo da saída do tanque 06

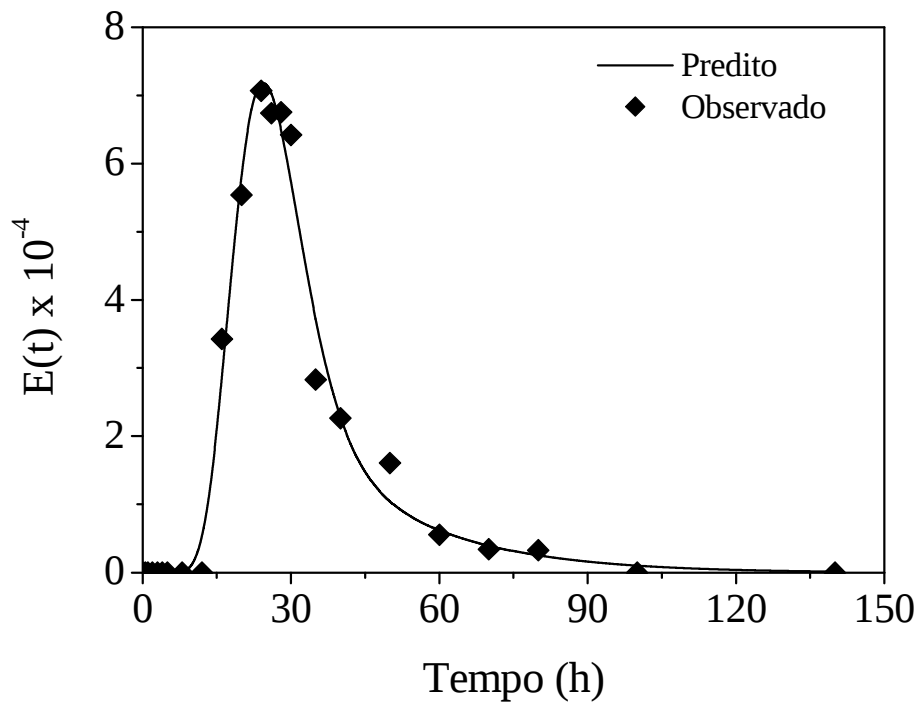


Figura 7.20: Distribuição do tempo de residência observada e predita pelo modelo da saída do tanque 24

A Tabela 7.1 mostra os parâmetros dos modelos obtidos a partir da minimização da função objetivo (equação 2.18.). A modelagem das distribuições indica que existe uma evolução do padrão hidrodinâmico com o aumento do número de tanques na cascata. O número de CSTR, L , aumenta na mesma proporção que o número de tanques do circuito industrial. A cascata de CSTR-SZ no modelo, indica zonas de estagnação ao longo dos circuitos. Na Tabela 7.1, é visto que o tempo de residência médio de cada reator CSTR diminuiu com o crescimento da cascata de tanques enquanto que a fração do volume ocupado pela zona ativa, de cada reator CSTR-SZ, aumenta. Esta informação coincide com os resultados obtidos com a determinação das funções intensidade e corrobora a hipótese da ocorrência de maior sedimentação de sólidos nos dois primeiros tanques da cascata. A aparente falta de tendência entre os outros parâmetros dos modelos pode estar relacionada com as baixas concentrações do traçador associadas às dificuldades do método analítico utilizado.

Tabela 7.1: Parâmetros do modelo do circuito de lixiviação

Parâmetros	Tanque 04	Tanque 05	Tanque 06	Tanque 24
K	1	1	1	1
L	1	2	3	9
M	4	4	4	4
τ_1	0,0257 τ	0,1318 τ	0,0332 τ	0,0790 τ
τ_2	0,6358 τ	0,3397 τ	0,2207 τ	0,0721 τ
τ_3	0,0866 τ	0,0576 τ	0,0861 τ	0,0737 τ
λ	0,1817	0,0987	0,2992	0,1118
f_a	0,0121	0,4105	0,7065	0,2086

τ – Tempo de residência médio dado pela equação 2.6

A Figura 7.21 mostra a correspondência entre os volumes dos reatores ideais do modelo e o volume real dos tanques no circuito. Os volumes apresentados correspondem à fração do volume total do reator e foram calculados a partir do tempo de residência médio de cada reator ideal do modelo, encontrado após o ajuste dos parâmetros, e a vazão da fase líquida no circuito.

A modelagem indica que os circuitos são majoritariamente explicados pela associação de misturadores perfeitos, correspondendo a mais de 63% dos volumes das cascatas, sendo consistente com os tempos de residência médios calculados. No entanto, foi observado que o volume ocupado por zonas de estagnação é excessivamente grande, principalmente no tanque 04, o que pode comprometer a qualidade do processo de lixiviação. Os volumes ocupados por zonas de estagnação são variáveis e não apresentam tendência definida. No entanto, avaliando apenas os volumes estagnados nos tanque 04, 05 e 06, pode-se observar uma tendência de redução do volume da zona estagnada, em detrimento do aumento do volume da zona ativa, à medida que o número de tanques de igual tamanho é aumentado. A modelagem da distribuição da saída do tanque 24 apresenta comportamento diferente. Embora esta distribuição possa ser satisfatoriamente explicada através de um arranjo semelhante de reatores ideais, a tendência de redução do volume das zonas de estagnação não é verificada. Este comportamento pode estar associado com a presença de tanques de diferentes volumes na cascata.

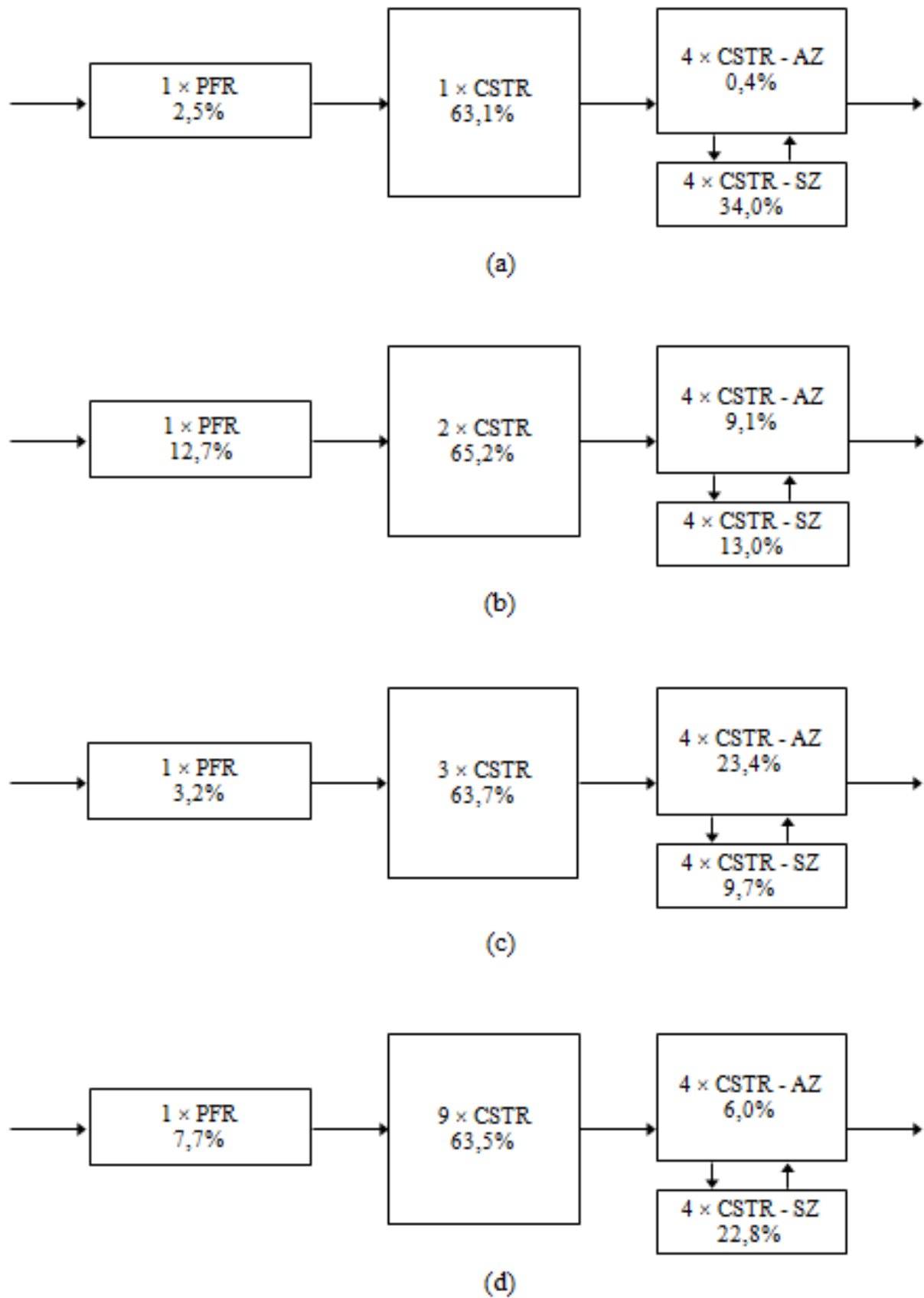


Figura 7.21: Distribuição dos volumes nas saídas dos tanques: a) 04 b) 05; c) 06; d) 24

CAPÍTULO VIII

CONCLUSÕES

Neste trabalho foram realizados dois estudos de caso de caracterização hidrodinâmica de circuitos industriais de tratamento de minério aurífero. Os estudos consistiram da realização de ensaios industriais de estímulo-resposta, com traçador inerte cloreto de lítio, para a obtenção das distribuições do tempo de residência da fase líquida de um circuito industrial de moagem-classificação e de um circuito industrial de lixiviação de ouro, composto por uma cascata de tanques agitados. Os principais resultados de cada estudo foram:

Circuito de moagem-classificação:

- ✓ O tempo de residência médio da fase líquida no circuito é de 8,3 min enquanto a variância da distribuição é de 65,7 min². Esse resultado indica que apesar do tempo de residência médio do líquido no circuito ser relativamente curto, uma parcela dos elementos de fluidos permanece por maior período.
- ✓ As distribuições adimensionais obtidas para três diferentes pontos do circuito apresentam semelhanças nos padrões hidrodinâmicos.
- ✓ Um modelo composto por uma associação de reatores de fluxo pistonado e misturadores perfeitos foi usado para modelar a distribuição global do circuito. O modelo proposto guarda relação física com o circuito estudado, de modo que cada dispositivo do circuito foi representado por um reator ideal. Este modelo pode ser usado para simular a hidrodinâmica do circuito ou dos equipamentos individualmente.

Circuito de lixiviação:

- ✓ Os tempos de residência médios da fase líquida, obtidos nas saídas de quatro tanques da cascata, são menores que os tempos nominais de residência da polpa. Este resultado indica que o estado de mistura dos elementos constituintes da polpa nos tanques não é adequado, pois revela que existem diferenças entre os tempos de permanência das fases sólida e líquida nos reatores. Esta diferença sugere a redução do volume útil dos tanques, em decorrência da presença do aparato mecânico de agitação da polpa, além da presença da fase gasosa e a sedimentação de sólidos nas paredes dos tanques.
- ✓ As distribuições adimensionais, obtidas nas saídas de quatro tanques da cascata, indicam a presença de atraso na saída dos elementos de fluidos e zonas de estagnação. Este resultado confirma o resultado de diferença dos tempos das fases líquida e sólidas. A análise das funções intensidade mostrou que existe maior estagnação nos dois primeiros tanques da cascata.
- ✓ Na modelagem compartimentada, uma superestrutura genérica, composta por reatores ideais em série, foi identificada após o ajuste das distribuições experimentais. O modelo genérico é composto por reatores de fluxo pistonado, misturadores perfeitos e misturadores com troca entre zonas ativa e estagnada. A falta de ramificações nos modelos indica a ausência de formação de caminhos preferenciais. A análise dos parâmetros dos modelos corrobora a hipótese de maior estagnação de material nos dois primeiros tanques da cascata.
- ✓ A modelagem indica que 63% do volume nominal dos circuitos são explicados pela associação de misturadores perfeitos e que o aumento do número de tanques de iguais volumes na cascata implica redução do volume das zonas de estagnação.

Os modelos encontrados podem ser usados em associação com as equações cinéticas de dissolução de ouro para simular os processos de lixiviação industrial iniciadas no circuito de moagem-classificação e/ou para simular mais realisticamente os processos de lixiviação industrial em tanques agitados.

CAPÍTULO IX

REFERÊNCIAS

AMANY, G. **Etude et simulation de broyeurs à barres industriels**. Maîtrise, Université Laval, Québec, 1979.

AUSTIN, L. G., CONCHA, F. **Diseño y simulación de circuitos de molyenda y classificacion**, CYTED, 1993.

AUSTIN, L. G., KLIMPEL, R. R., LUCKIE, P. T. **Process engineering of size reduction: ball milling**. SME/AIME, New York, 1984.

BAZIN, C., HODOUIN, D. **Residence time distributions modelling for mineral processes evaluation**. *CIM Bull*, v.81, n.911, p.115-124, 1988.

CHANDER, A., KUNDU, A., BEJ, S. K., DALAI, A. K., VOHRA D. K. **Hydrodynamic characteristics of cocurrent upflow and downflow of gas and liquid in a fixed bed reactor**. *Fuel*, v.80, p.1043-1053, 2001.

CRUNDWELL, F. K. **The leaching number: Its definition and use in determining the performance of leaching reactors and autoclaves**. *Minerals Engineering*, v.18, p.1315-1324, 2005.

DANCKWERTS, P. V. **Continuous flow systems. Distribution of residence times**. *Chemical Engineering Science*, v. 2, p.1-13, 1953.

DE ANDRADE LIMA, L. P. R. **Liquid axial dispersion and holdup in column leaching**. *Minerals Engineering*, v.19, p.37-47, 2006.

DE ANDRADE LIMA, L. R. P. **Nonlinear data reconciliation in gold processing plants.** *Minerals Engeneering*, v.19, p.938 – 951, 2006.

DE ANDRADE LIMA, L. R. P., HODOUIN, D. **Residence time distribution of an industrial mechanically agitated cyanidation tank.** *Minerals Engineering*, v.18, n.6, p.613-621, 2005.

DE ANDRADE LIMA, L. R. P., HODOUIN, D. **Analysis of the gold recovery profile through a cyanidation plant.** *International Journal Mineral Processing*, v.80, p.15 – 26, 2006.

DE BACKER, L., BARON, G. **Residence time distribution in a packed bed bioreactor containing porous glass particles: influence of the presence of immobilized cells.** *Journal of Chemical Technology and Biotechnology*. v.59, p.297-302, 1994.

DE JESUS, E. B., DE ANDRADE LIMA, L. R. P., ALVES JUNIOR, E. A. **Avaliação do circuito de moagem classificação e concentração gravimétrica da Jacobina Mineração e Comércio.** In. XXIV ENTMME, Salvador, Brasil, p.456-465, 2011.

FOGLER, H. S. **Elements of chemical reaction engineering**, 3rd ed., Prentice-Hall of India, New Dlhi, 2004.

FROMENT, G. F., BISCHOFF, K. B. **Chemical reactors analysis and design**, 2nd ed, John Wiley & Sons, New York, 1990.

GAO, Y., MUZZIO, F. J., IARAPETRITOU, M. G. **A review of the residence time distribution (RTD) applications in solid unit operations.** *Powder Technology*, v.228, p.416-423, 2012.

GOODALL, C. M., O'CONNOR, C. T. **Residence time distribution studies in a flotation column. Part 1: the modeling of residence time distribution in a laboratory column flotation cell.** *International Journal of Mineral Processing*, v.31, p.97-113, 1991.

GOODALL, C. M., O'CONNOR, C. T. **Residence time distribution studies in a flotation column. Part 2: the relationship between solids residence time distribution and metallurgical performance.** *International Journal of Mineral Processing*, v.36, p.219-228, 1992.

GUPTA, A., YAN, D. S. **Mineral processing design and operation: an introduction.** Elsevier, Australia, 2006.

HABASHI, F. **One hundred years of cyanidation.** *Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum*, v.80, n. 905, p.108-114, 1987.

HIMMELBLAU, D. M., BISCHOFF, K. B. **Process analysis and simulation: deterministic systems.** John Wiley & Sons, New York, 1968.

HOGG, R., ROGOVIN, Z. **Mass transport in wet overflow ball mills,** In. *Proceedings of the XIV International mineral processing congress*, Toronto, 1982.

KELSALL, D. F., REID, K. J., RESTARICK, C. J. **Continuous grinding in a small wet ball mill, Part III: A study of distribution of residence time,** *Powder Technology*, v.3, p.170-178, 1970.

KINNEBERG, D. J., HERBST, J. A. **A comparison of linear and non-linear models for open-circuit ball mill grinding,** *International Journal of Mineral Processing*, v.13, p.143-165, 1983.

KING, R. P. **Modeling and simulation of mineral processing systems.** Butterworth-Heinemann, Boston, 2001.

LELINSKI, D., ALLEN, J., REDDEN, L., WEBER, A. **Analysis of the residence time distribution in large flotation machines.** *Minerals Engineering*, v.15, p.499-505, 2002.

LEVENSPIEL, O. **Chemical reaction engineering**, 3rd ed., John Wiley & Sons, New York, 1999.

MAKOKHA, A. B., MOYS, M. H., BWALYA, M. M. **Modeling the RTD of an industrial overflow Ball Mill as a function of load volume and slurry concentration**. *Minerals Engineering*, v.24, p.335-340, 2011.

MAVROS, P., LAZARIDIS, N. K., MATIS, K. A. **A study and modelling of liquid-phase mixing in a flotation column**. *International Journal of Minerals Processing*, v.26, p.1-16, 1989.

NARASIMHAN, S., JORDACHE, C. **Data reconciliation and gross error detection: An intelligent use of process data**, Gulf Publishing Company, Texas , 2000.

NAOR, P., SHINNAR, R. **Representation and evaluation of residence time distributions**. *Industrial Engineering Chemical Fundamentals*, v.2, p.278-286, 1963.

NAUMAN, E. B., BUFFHAM, B. A. **Mixing in continuous flow systems**, John Wiley & Sons. New York, 1983.

NEWCOMBE, B., BRADSHAW, D., WIGHTMAN, E. **The hydrodynamics of an operating flash flotation cell**. *Minerals Engineering*, v.41, p.86-96, 2013.

SANTOS, G. S. **Avaliação do circuito de moagem da linha I da Mineração Fazenda Brasileiro**. 2010. 111 f.. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Escola Politécnica, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2010.

STEGOWSKI, Z., DAGADU, C. P. K., FURMAN, L., AKAHO, E. H. K., DANSO, K. A., MUMUNI, I. I., ADU, P. S., AMOAH, C. **Determination of flow patterns in industrial gold leaching tank by radiotracer residence time distribution measurement**. *Nukleonika*, v.55, n.3, p.339-344, 2010.

YIANATOS, J. B., BERGH, L. G. **RTD studies in an industrial flotation column: use of the radioactive tracer technique.** *International Journal of Minerals Processing*, v.36, p.81-91, 1992.

YIANATOS, J. B., BERGH, L. G., CONDORI, P., AGUILERA, J. **Hydrodynamic and metallurgical characterization of industrial flotation banks for control purposes.** *Mineral Engineering*, v.14, p.1033-1045, 2001.

YIANATOS, J. B., BERGH, L. G., DIAZ, F., RODRIGUEZ, J. **Mixing characteristics of industrial flotation equipment.** *Chemical Engineering Science*, v.60, p.2273–2282, 2005.

YIANATOS, J. B., BERGH, L., TELLO, K. **Residence time distribution in single big industrial flotation cells.** *Mineral and Metallurgical Processing*, v.25, p.46–52, 2008a.

YIANATOS, J. B., CONTRERAS, F., DIAZ, F. **Gas holdup and RTD measurement in industrial flotation cell.** *Mineral Engineering*, v.23, p.125–130, 2010.

YIANATOS, J. B., LARENAS, J., MOYS, M., DIAZ, F. **Short time mixing response in a big flotation cell.** *International Journal of Minerals Processing*, v.89, p.1-8, 2008b.

APÊNDICE A

Formalização matemática para a reconciliação de dados do balanço de massa do circuito de moagem-classificação

A aplicação do Método dos Multiplicadores de Lagrange consiste em calcular o extremo de uma função, de uma ou mais variáveis, sendo essas variáveis relacionadas e suscetíveis a uma ou mais restrições. Assim:

- Calcula-se o extremo da função, através de um critério de minimização, por exemplo, soma dos desvios quadráticos entre os valores observados e estimados;

$$J = f(x, y)$$

- Com as variáveis x e y relacionadas através da equação, que descreve as equações do balanço de massa (restrições);

$$\Phi(x, y) = 0$$

- Gerando uma nova relação que integra a função J às variáveis x e y mediante a utilização dos Lagrangianos λ ;

$$\Psi = f(x, y) + \lambda \Phi(x, y)$$

Em seguida realizam-se as derivadas parciais da função Ψ em relação a cada variável tratada, encontram-se as condições necessárias para a existência de um ponto extremo (máximo ou mínimo).

$$\begin{cases} \frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x} + \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial \Psi}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial y} + \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial \Psi}{\partial \lambda} = \Phi = 0 \end{cases}$$

Assim, para o caso do circuito de moagem-classificação da MFB

$$J(\hat{A}_i) = \sum_{i=1}^{45} (A_i - \hat{A}_i)^2 w A_i$$

sendo A_i os valores medidos e calculados a partir dos balanços de massa locais, $\hat{A}_i$ os valores estimados e $w A_i$ os ponderadores que refletem o nível de confiança no valor a estimar.

As restrições são aquelas apresentadas pelos balanços de massas

Balanço de sólidos

$$\hat{S}_1 + \hat{S}_3 - \hat{S}_2 - \hat{S}_6 = 0$$

$$\hat{S}_2 - \hat{S}_3 = 0$$

$$\hat{S}_3 - \hat{S}_4 - \hat{S}_7 = 0$$

$$\hat{S}_4 + \hat{S}_{14} - \hat{S}_5 = 0$$

$$\hat{S}_7 - \hat{S}_8 - \hat{S}_9 = 0$$

$$\hat{S}_8 + \hat{S}_{11} - \hat{S}_{12} = 0$$

$$\hat{S}_{12} - \hat{S}_{14} - \hat{S}_{13} = 0$$

$$\hat{S}_9 - \hat{S}_{10} - \hat{S}_{11} = 0$$

Balanço de água

$$\hat{S}_1(1/\widehat{cw}_1 - 1) + \hat{S}_{13}(1/\widehat{cw}_{13} - 1) - \hat{S}_2(1/\widehat{cw}_2 - 1) - \hat{S}_6(1/\widehat{cw}_6 - 1) = 0$$

$$\hat{S}_2(1/\widehat{cw}_2 - 1) - \hat{S}_3(1/\widehat{cw}_3 - 1) - \widehat{W}_1 = 0$$

$$\hat{S}_3(1/\widehat{cw}_3 - 1) - \hat{S}_4(1/\widehat{cw}_4 - 1) - \hat{S}_7(1/\widehat{cw}_7 - 1) = 0$$

$$\hat{S}_4(1/\widehat{cw}_4 - 1) + \hat{S}_{14}(1/\widehat{cw}_{14} - 1) - \hat{S}_5(1/\widehat{cw}_5 - 1) = 0$$

$$\hat{S}_7(1/\widehat{cw}_7 - 1) - \hat{S}_8(1/\widehat{cw}_8 - 1) - \hat{S}_9(1/\widehat{cw}_9 - 1) = 0$$

$$\hat{S}_8(1/\widehat{cw}_8 - 1) + \hat{S}_{11}(1/\widehat{cw}_{11} - 1) - \hat{S}_{12}(1/\widehat{cw}_{12} - 1) + \widehat{W}_3 = 0$$

$$\hat{S}_{12}(1/\widehat{cw}_{12} - 1) - \hat{S}_{14}(1/\widehat{cw}_{14} - 1) - \hat{S}_{13}(1/\widehat{cw}_{13} - 1) = 0$$

$$\hat{S}_9(1/\widehat{cw}_9 - 1) - \hat{S}_{10}(1/\widehat{cw}_{10} - 1) - \hat{S}_{11}(1/\widehat{cw}_{11} - 1) + \widehat{W}_2 = 0$$

Balanço metalúrgico

$$\hat{S}_1\widehat{cs}_1 + \hat{S}_3\widehat{cs}_3 - \hat{S}_2\widehat{cs}_2 - \hat{S}_6\widehat{cs}_6 = 0$$

$$\hat{S}_2\widehat{cs}_2 - \hat{S}_3\widehat{cs}_3 = 0$$

$$\hat{S}_3\widehat{cs}_3 - \hat{S}_4\widehat{cs}_4 - \hat{S}_7\widehat{cs}_7 = 0$$

$$\hat{S}_4\widehat{cs}_4 + \hat{S}_{14}\widehat{cs}_{14} - \hat{S}_5\widehat{cs}_5 = 0$$

$$\hat{S}_7\widehat{cs}_7 - \hat{S}_8\widehat{cs}_8 - \hat{S}_9\widehat{cs}_9 = 0$$

$$\hat{S}_8\widehat{cs}_8 + \hat{S}_{11}\widehat{cs}_{11} - \hat{S}_{12}\widehat{cs}_{12} = 0$$

$$\hat{S}_{12}\widehat{cs}_{12} - \hat{S}_{14}\widehat{cs}_{14} - \hat{S}_{13}\widehat{cs}_{13} = 0$$

$$\hat{S}_9\widehat{cs}_9 - \hat{S}_{10}\widehat{cs}_{10} - \hat{S}_{11}\widehat{cs}_{11} = 0$$

A função integradora é dada por:

$$\Psi = \sum_{i=1}^{45} (A_i - \hat{A}_i)^2 w A_i + \lambda_j (Restrições)$$

sendo λ_j os lagrangianos com o índice j assumindo valores entre 1 e 24.

Derivando parcialmente a função Ψ em relação a cada variável tem-se o seguinte sistema de equações.

Derivada da função integradora em relação à vazão de sólidos

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{S}_1} = -2(S_1 - \hat{S}_1)wS_1 + \lambda_1 + \lambda_9(1/\widehat{cW}_1 - 1) + \lambda_{17}\widehat{cS}_1$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{S}_2} = -2(S_2 - \hat{S}_2)wS_2 - \lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_9(1/\widehat{cW}_2 - 1) + \lambda_{10}(1/\widehat{cW}_2 - 1) - \lambda_{17}\widehat{cS}_2 + \lambda_{18}\widehat{cS}_2$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{S}_3} = -2(S_3 - \hat{S}_3)wS_3 - \lambda_2 + \lambda_3 - \lambda_{10}(1/\widehat{cW}_3 - 1) + \lambda_{11}(1/\widehat{cW}_3 - 1) - \lambda_{18}\widehat{cS}_3 + \lambda_{19}\widehat{cS}_3$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{S}_4} = -2(S_4 - \hat{S}_4)wS_4 - \lambda_3 + \lambda_4 - \lambda_{11}(1/\widehat{cW}_4 - 1) + \lambda_{12}(1/\widehat{cW}_4 - 1) - \lambda_{19}\widehat{cS}_4 + \lambda_{20}\widehat{cS}_4$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{S}_5} = -2(S_5 - \hat{S}_5)wS_5 - \lambda_4 - \lambda_{12}(1/\widehat{cW}_5 - 1) - \lambda_{20}\widehat{cS}_5$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{S}_6} = -2(S_6 - \hat{S}_6)wS_6 - \lambda_1 - \lambda_9(1/\widehat{cW}_6 - 1) - \lambda_{17}\widehat{cS}_6$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{S}_7} = -2(S_7 - \hat{S}_7)wS_7 - \lambda_3 + \lambda_5 - \lambda_{11}(1/\widehat{cW}_7 - 1) + \lambda_{13}(1/\widehat{cW}_7 - 1) - \lambda_{19}\widehat{cS}_7 + \lambda_{21}\widehat{cS}_7$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{S}_8} = -2(S_8 - \hat{S}_8)wS_8 - \lambda_5 + \lambda_6 - \lambda_{13}(1/\widehat{cW}_8 - 1) + \lambda_{14}(1/\widehat{cW}_8 - 1) - \lambda_{21}\widehat{cS}_8 + \lambda_{22}\widehat{cS}_8$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{S}_9} = -2(S_9 - \hat{S}_9)wS_9 - \lambda_5 + \lambda_8 - \lambda_{13}(1/\widehat{cW}_9 - 1) + \lambda_{16}(1/\widehat{cW}_9 - 1) - \lambda_{21}\widehat{cS}_9 + \lambda_{24}\widehat{cS}_9$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{S}_{10}} = -2(S_{10} - \hat{S}_{10})wS_{10} - \lambda_8 - \lambda_{16}(1/\widehat{cW}_{10} - 1) - \lambda_{24}\widehat{cS}_{10}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{S}_{11}} = -2(S_{11} - \hat{S}_{11})wS_{11} + \lambda_6 - \lambda_8 + \lambda_{14}(1/\widehat{cW}_{11} - 1) - \lambda_{16}(1/\widehat{cW}_{11} - 1) + \lambda_{22}\widehat{cS}_{11}$$

$$- \lambda_{24}\widehat{cS}_{11}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{S}_{12}} = -2(S_{12} - \hat{S}_{12})wS_{12} - \lambda_6 + \lambda_7 - \lambda_{14}(1/\widehat{cW}_{12} - 1) + \lambda_{15}(1/\widehat{cW}_{12} - 1) - \lambda_{22}\widehat{cS}_{12}$$

$$+ \lambda_{23}\widehat{cS}_{12}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{S}_{13}} &= -2(S_{13} - \hat{S}_{13})wS_{13} + \lambda_1 - \lambda_7 + \lambda_9(1/\widehat{cw}_{13} - 1) - \lambda_{15}(1/\widehat{cw}_{13} - 1) + \lambda_{17}\widehat{cS}_{13} \\ &\quad - \lambda_{23}\widehat{cS}_{13}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{S}_{14}} &= -2(S_{14} - \hat{S}_{14})wS_{14} + \lambda_4 - \lambda_7 + \lambda_{12}(1/\widehat{cw}_{14} - 1) - \lambda_{15}(1/\widehat{cw}_{14} - 1) + \lambda_{20}\widehat{cS}_{14} \\ &\quad - \lambda_{23}\widehat{cS}_{14}\end{aligned}$$

Derivada da função integradora em relação à vazão de água

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \widehat{W}_1} = -2(W_1 - \widehat{W}_1)wW_1 + \lambda_{10}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \widehat{W}_2} = -2(W_2 - \widehat{W}_2)wW_2 + \lambda_{16}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \widehat{W}_3} = -2(W_3 - \widehat{W}_3)wW_3 + \lambda_{14}$$

Derivada da função integradora em relação à concentração de sólidos

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \widehat{cw}_1} = -2(cw_1 - \widehat{cw}_1)wcw_1 + \lambda_9\hat{S}_1(-\widehat{cw}_1)^{-2}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \widehat{cw}_2} = -2(cw_2 - \widehat{cw}_2)wcw_2 - \lambda_9\hat{S}_2(-\widehat{cw}_2)^{-2} + \lambda_{10}\hat{S}_2(-\widehat{cw}_2)^{-2}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \widehat{cw}_3} = -2(cw_3 - \widehat{cw}_3)wcw_3 - \lambda_{10}\hat{S}_3(-\widehat{cw}_3)^{-2} + \lambda_{11}\hat{S}_3(-\widehat{cw}_3)^{-2}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \widehat{cw}_4} = -2(cw_4 - \widehat{cw}_4)wcw_4 - \lambda_{11}\hat{S}_4(-\widehat{cw}_4)^{-2} + \lambda_{12}\hat{S}_4(-\widehat{cw}_4)^{-2}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \widehat{cw}_5} = -2(cw_5 - \widehat{cw}_5)wcw_5 - \lambda_{12}\hat{S}_5(-\widehat{cw}_5)^{-2}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \widehat{cw}_6} = -2(cw_6 - \widehat{cw}_6)wcw_6 - \lambda_9\hat{S}_6(-\widehat{cw}_6)^{-2}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \widehat{cw}_7} = -2(cw_7 - \widehat{cw}_7)wcw_7 - \lambda_{11}\hat{S}_7(-\widehat{cw}_7)^{-2} + \lambda_{13}\hat{S}_7(-\widehat{cw}_7)^{-2}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \widehat{cw}_8} = -2(cw_8 - \widehat{cw}_8)wcw_8 - \lambda_{13}\hat{S}_8(-\widehat{cw}_8)^{-2} + \lambda_{14}\hat{S}_8(-\widehat{cw}_8)^{-2}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \widehat{cw}_9} = -2(cw_9 - \widehat{cw}_9)wcw_9 - \lambda_{13}\hat{S}_9(-\widehat{cw}_9)^{-2} + \lambda_{16}\hat{S}_9(-\widehat{cw}_9)^{-2}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \widehat{cw}_{10}} = -2(cw_{10} - \widehat{cw}_{10})wcw_{10} - \lambda_{16}\hat{S}_{10}(-\widehat{cw}_{10})^{-2}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \widehat{cw}_{11}} = -2(cw_{11} - \widehat{cw}_{11})wcw_{11} + \lambda_{14}\hat{S}_{11}(-\widehat{cw}_{11})^{-2} - \lambda_{16}\hat{S}_{11}(-\widehat{cw}_{11})^{-2}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \widehat{cw}_{12}} = -2(cw_{12} - \widehat{cw}_{12})wcw_{12} - \lambda_{14}\hat{S}_{12}(-\widehat{cw}_{12})^{-2} + \lambda_{15}\hat{S}_{12}(-\widehat{cw}_{12})^{-2}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \widehat{cw}_{13}} = -2(cw_{13} - \widehat{cw}_{13})wcw_{13} + \lambda_9\hat{S}_{13}(-\widehat{cw}_{13})^{-2} - \lambda_{15}\hat{S}_{13}(-\widehat{cw}_{13})^{-2}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \widehat{cw}_{14}} = -2(cw_{14} - \widehat{cw}_{14})wcw_{14} + \lambda_{12}\hat{S}_{14}(-\widehat{cw}_{14})^{-2} - \lambda_{15}\hat{S}_{14}(-\widehat{cw}_{14})^{-2}$$

Derivada da função integradora em relação ao teor de ouro

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \widehat{cs}_1} = -2(cs_1 - \widehat{cs}_1)wcs_1 + \lambda_{17}\hat{S}_1$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \widehat{cs}_2} = -2(cs_2 - \widehat{cs}_2)wcs_2 - \lambda_{17}\hat{S}_2 + \lambda_{18}\hat{S}_2$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \widehat{cs}_3} = -2(cs_3 - \widehat{cs}_3)wcs_3 - \lambda_{18}\hat{S}_3 + \lambda_{19}\hat{S}_3$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \widehat{cs}_4} = -2(cs_4 - \widehat{cs}_4)wcs_4 - \lambda_{19}\hat{S}_4 + \lambda_{20}\hat{S}_4$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \widehat{cs}_5} = -2(cs_5 - \widehat{cs}_5)wcs_5 - \lambda_{20}\hat{S}_5$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \widehat{cs}_6} = -2(cs_6 - \widehat{cs}_6)wcs_6 - \lambda_{17}\hat{S}_6$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \widehat{cs}_7} = -2(cs_7 - \widehat{cs}_7)wcs_7 - \lambda_{19}\hat{S}_7 + \lambda_{21}\hat{S}_7$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \widehat{cs}_8} = -2(cs_8 - \widehat{cs}_8)wcs_8 - \lambda_{21}\hat{S}_8 + \lambda_{22}\hat{S}_8$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{c}s_9} = -2(cs_9 - \hat{c}s_9)wcs_9 - \lambda_{21}\hat{S}_9 + \lambda_{24}\hat{S}_9$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{c}s_{10}} = -2(cs_{10} - \hat{c}s_{10})wcs_{10} - \lambda_{24}\hat{S}_{10}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{c}s_{11}} = -2(cs_{11} - \hat{c}s_{11})wcs_{11} + \lambda_{22}\hat{S}_{11} - \lambda_{24}\hat{S}_{11}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{c}s_{12}} = -2(cs_{12} - \hat{c}s_{12})wcs_{12} - \lambda_{22}\hat{S}_{12} + \lambda_{23}\hat{S}_{12}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{c}s_{13}} = -2(cs_{13} - \hat{c}s_{13})wcs_{13} + \lambda_{17}\hat{S}_{13} - \lambda_{23}\hat{S}_{13}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \hat{c}s_{14}} = -2(cs_{14} - \hat{c}s_{14})wcs_{14} + \lambda_{20}\hat{S}_{14} - \lambda_{23}\hat{S}_{14}$$

Derivada da função integradora em relação aos lagrangianos (Restrições)

Balanco de sólidos

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_1} = \hat{S}_1 + \hat{S}_3 - \hat{S}_2 - \hat{S}_6$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_2} = \hat{S}_2 - \hat{S}_3$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_3} = \hat{S}_3 - \hat{S}_4 - \hat{S}_7$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_4} = \hat{S}_4 + \hat{S}_{14} - \hat{S}_5$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_5} = \hat{S}_7 - \hat{S}_8 - \hat{S}_9$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_6} = \hat{S}_8 + \hat{S}_{11} - \hat{S}_{12}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_7} = \hat{S}_{12} - \hat{S}_{14} - \hat{S}_{13}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_8} = \hat{S}_9 - \hat{S}_{10} - \hat{S}_{11}$$

Balanço de água

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_9} = \hat{S}_1(1/\widehat{c\mathbf{w}}_1 - 1) + \hat{S}_{13}(1/\widehat{c\mathbf{w}}_{13} - 1) - \hat{S}_2(1/\widehat{c\mathbf{w}}_2 - 1) - \hat{S}_6(1/\widehat{c\mathbf{w}}_6 - 1)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_{10}} = \hat{S}_2(1/\widehat{c\mathbf{w}}_2 - 1) - \hat{S}_3(1/\widehat{c\mathbf{w}}_3 - 1) - \widehat{W}_1$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_{11}} = \hat{S}_3(1/\widehat{c\mathbf{w}}_3 - 1) - \hat{S}_4(1/\widehat{c\mathbf{w}}_4 - 1) - \hat{S}_7(1/\widehat{c\mathbf{w}}_7 - 1)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_{12}} = \hat{S}_4(1/\widehat{c\mathbf{w}}_4 - 1) + \hat{S}_{14}(1/\widehat{c\mathbf{w}}_{14} - 1) - \hat{S}_5(1/\widehat{c\mathbf{w}}_5 - 1)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_{13}} = \hat{S}_7(1/\widehat{c\mathbf{w}}_7 - 1) - \hat{S}_8(1/\widehat{c\mathbf{w}}_8 - 1) - \hat{S}_9(1/\widehat{c\mathbf{w}}_9 - 1)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_{14}} = \hat{S}_8(1/\widehat{c\mathbf{w}}_8 - 1) + \hat{S}_{11}(1/\widehat{c\mathbf{w}}_{11} - 1) - \hat{S}_{12}(1/\widehat{c\mathbf{w}}_{12} - 1) + \widehat{W}_3$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_{15}} = \hat{S}_{12}(1/\widehat{c\mathbf{w}}_{12} - 1) - \hat{S}_{14}(1/\widehat{c\mathbf{w}}_{14} - 1) - \hat{S}_{13}(1/\widehat{c\mathbf{w}}_{13} - 1)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_{16}} = \hat{S}_9(1/\widehat{c\mathbf{w}}_9 - 1) - \hat{S}_{10}(1/\widehat{c\mathbf{w}}_{10} - 1) - \hat{S}_{11}(1/\widehat{c\mathbf{w}}_{11} - 1) + \widehat{W}_2$$

Balanço metalúrgico

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_{17}} = \hat{S}_1\widehat{c\mathbf{s}}_1 + \hat{S}_3\widehat{c\mathbf{s}}_3 - \hat{S}_2\widehat{c\mathbf{s}}_2 - \hat{S}_6\widehat{c\mathbf{s}}_6$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_{18}} = \hat{S}_2\widehat{c\mathbf{s}}_2 - \hat{S}_3\widehat{c\mathbf{s}}_3$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_{19}} = \hat{S}_3\widehat{c\mathbf{s}}_3 - \hat{S}_4\widehat{c\mathbf{s}}_4 - \hat{S}_7\widehat{c\mathbf{s}}_7$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_{20}} = \hat{S}_4\widehat{c\mathbf{s}}_4 + \hat{S}_{14}\widehat{c\mathbf{s}}_{14} - \hat{S}_5\widehat{c\mathbf{s}}_5$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_{21}} = \hat{S}_7\widehat{c\mathbf{s}}_7 - \hat{S}_8\widehat{c\mathbf{s}}_8 - \hat{S}_9\widehat{c\mathbf{s}}_9$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_{22}} = \hat{S}_8\widehat{c\mathbf{s}}_8 + \hat{S}_{11}\widehat{c\mathbf{s}}_{11} - \hat{S}_{12}\widehat{c\mathbf{s}}_{12}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_{23}} = \hat{S}_{12} \hat{c}_{s_{12}} - \hat{S}_{14} \hat{c}_{s_{14}} - \hat{S}_{13} \hat{c}_{s_{13}}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_{24}} = \hat{S}_9 \hat{c}_{s_9} - \hat{S}_{10} \hat{c}_{s_{10}} - \hat{S}_{11} \hat{c}_{s_{11}}$$

APÊNDICE B

Código computacional utilizado para a reconciliação dos dados do circuito
fechado de moagem-classificação

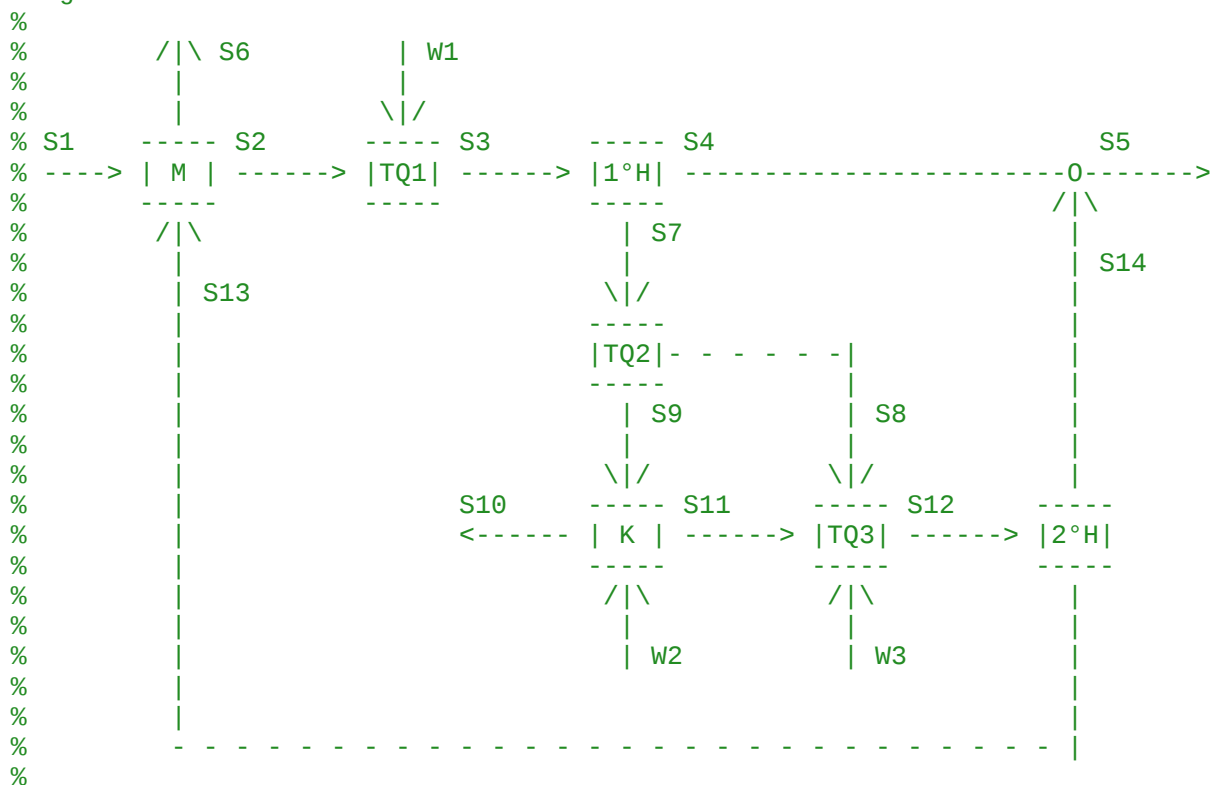
APÊNDICE B – Código utilizado para a reconciliação dos dados do circuito fechado de moagem-classificação

PROGRAMA PRINCIPAL

```
clear all
```

global	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13	S14
global	W1	W2	W3											
global	CW1	CW2	CW3	CW4	CW5	CW6	CW7	CW8	CW9	CW10	CW11	CW12	CW13	CW14
global	CS1	CS2	CS3	CS4	CS5	CS6	CS7	CS8	CS9	CS10	CS11	CS12	CS13	CS14
global	WS1	WS2	WS3	WS4	WS5	WS6	WS7	WS8	WS9	WS10	WS11	WS12	WS13	WS14
global	WW1	WW2	WW3											
global	WCW1	WCW2	WCW3	WCW4	WCW5	WCW6	WCW7	WCW8	WCW9	WCW10	WCW11	WCW12	WCW13	WCW14
global	WCS1	WCS2	WCS3	WCS4	WCS5	WCS6	WCS7	WCS8	WCS9	WCS10	WCS11	WCS12	WCS13	WCS14

```
%% Diagrama de grafo do circuito de moagem classificação e concentração
% gravimétrica!!!
```



% Entrada de dados [Si - vazões de sólidos; Wi - vazões de água; cwi -
% concentrações de sólidos; csi - teores de ouro]

S1	=	41.50;	W1	=	64.00;	CW1	=	0.75;	CS1	=	1.99;
S2	=	137.53;	W2	=	2.00;	CW2	=	0.82;	CS2	=	12.34;
S3	=	137.53;	W3	=	127.63;	CW3	=	0.59;	CS3	=	12.34;
S4	=	11.84;				CW4	=	0.20;	CS4	=	1.40;
S5	=	39.50;				CW5	=	0.16;	CS5	=	1.58;
S6	=	1.90;				CW6	=	0.99;	CS6	=	1.99;
S7	=	125.69;				CW7	=	0.73;	CS7	=	13.37;

S8 = 37.71;	cw8 = 0.73;	cs8 = 17.80;
S9 = 87.98;	cw9 = 0.73;	cs9 = 11.47;
S10 = 0.10;	cw10 = 0.05;	cs10 = 200.00;
S11 = 87.88;	cw11 = 0.65;	cs11 = 11.26;
S12 = 125.59;	cw12 = 0.42;	cs12 = 13.22;
S13 = 97.93;	cw13 = 0.85;	cs13 = 16.49;
S14 = 27.66;	cw14 = 0.15;	cs14 = 1.66;

%% Ponderadores

```

wS1 =1/(0.01*S1)^2;
wS2=1/(20*S2)^2;
wS3=1/(20*S3)^2;
wS4=1/(20*S4)^2;
wS5=1/(60*S5)^2;
wS6=1/(0.01*S6)^2;
wS7=1/(20*S7)^2;
wS8=1/(20*S8)^2;
wS9=1/(20*S9)^2;
wS10=1/(999*S10)^2;
wS11=1/(20*S11)^2;
wS12=1/(20*S12)^2;
wS13=1/(20*S13)^2;
wS14=1/(20*S14)^2;

wW1=1/(0.01*W1)^2;
wW2=1/(50*W2)^2;
wW3=1/(99*W3)^2;

wCW1=1/(0.01*cw1)^2;
wCW2=1/(1*cw2)^2;
wCW3=1/(50*cw3)^2;
wCW4=1/(20*cw4)^2;
wCW5=1/(60*cw5)^2;
wCW6=1/(1*cw6)^2;
wCW7=1/(1*cw7)^2;
wCW8=1/(1*cw8)^2;
wCW9=1/(1*cw9)^2;
wCW10=1/(999*cw10)^2;
wCW11=1/(90*cw11)^2;
wCW12=1/(90*cw12)^2;
wCW13=1/(30*cw13)^2;
wCW14=1/(30*cw14)^2;

wCS1=1/(0.01*cs1)^2;
wCS2=1/(30*cs2)^2;
wCS3=1/(90*cs3)^2;
wCS4=1/(30*cs4)^2;
wCS5=1/(50*cs5)^2;
wCS6=1/(0.01*cs6)^2;
wCS7=1/(40*cs7)^2;
wCS8=1/(50*cs8)^2;
wCS9=1/(50*cs9)^2;
wCS10=1/(999*cs10)^2;
wCS11=1/(90*cs11)^2;
wCS12=1/(90*cs12)^2;
wCS13=1/(30*cs13)^2;
wCS14=1/(30*cs14)^2;

```

```
%% Valores iniciais (sementes)
```

```
x0=[S1 S2 S3 S4 S5 S6 S7 S8 S9 S10 S11 S12 S13 S14 W1 W2 W3 cw1 cw2 cw3 cw4  
cw5 cw6 cw7 cw8 cw9 cw10 cw11 cw12 cw13 cw14 cs1 cs2 cs3 cs4 cs5 cs6 cs7  
cs8 cs9 cs10 cs11 cs12 cs13 cs14 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0  
0 0 0];
```

```
%% Resolvedor
```

```
x=fsolve('mfb_2',x0');
```

```
%% Relação entre as variáveis calculadas e elementos do vetor resultado
```

```
S1c = x(1 );      W1c = x(15);      cw1c = x(18);      cs1c = x(32);  
S2c = x(2 );      W2c = x(16);      cw2c = x(19);      cs2c = x(33);  
S3c = x(3 );      W3c = x(17);      cw3c = x(20);      cs3c = x(34);  
S4c = x(4 );      cw4c = x(21);      cs4c = x(35);  
S5c = x(5 );      cw5c = x(22);      cs5c = x(36);  
S6c = x(6 );      cw6c = x(23);      cs6c = x(37);  
S7c = x(7 );      cw7c = x(24);      cs7c = x(38);  
S8c = x(8 );      cw8c = x(25);      cs8c = x(39);  
S9c = x(9 );      cw9c = x(26);      cs9c = x(40);  
S10c = x(10);      cw10c = x(27);      cs10c = x(41);  
S11c = x(11);      cw11c = x(28);      cs11c = x(42);  
S12c = x(12);      cw12c = x(29);      cs12c = x(43);  
S13c = x(13);      cw13c = x(30);      cs13c = x(44);  
S14c = x(14);      cw14c = x(31);      cs14c = x(45);
```

```
L1  = x(46);      L7  = x(52);      L13  = x(58);      L19  = x(64);  
L2  = x(47);      L8  = x(53);      L14  = x(59);      L20  = x(65);  
L3  = x(48);      L9  = x(54);      L15  = x(60);      L21  = x(66);  
L4  = x(49);      L10 = x(55);      L16  = x(61);      L22  = x(67);  
L5  = x(50);      L11 = x(56);      L17  = x(62);      L23  = x(68);  
L6  = x(51);      L12 = x(57);      L18  = x(63);      L24  = x(69);
```

%% PROGRAMA AUXILIAR %%%

%%Carregando a função

function p=mfb_2(x)

global S1 S2 S3 S4 S5 S6 S7 S8 S9 S10 S11 S12 S13 S14

global W1 W2 W3

global CW1 CW2 CW3 CW4 CW5 CW6 CW7 CW8 CW9 CW10 CW11 CW12 CW13 CW14

global CS1 CS2 CS3 CS4 CS5 CS6 CS7 CS8 CS9 CS10 CS11 CS12 CS13 CS14

global WS1 WS2 WS3 WS4 WS5 WS6 WS7 WS8 WS9 WS10 WS11 WS12 WS13 WS14

global WW1 WW2 WW3

global WCW1 WCW2 WCW3 WCW4 WCW5 WCW6 WCW7 WCW8 WCW9 WCW10 WCW11 WCW12 WCW13
WCW14

global WCS1 WCS2 WCS3 WCS4 WCS5 WCS6 WCS7 WCS8 WCS9 WCS10 WCS11 WCS12 WCS13
WCS14

%% Comando para igualar às funções a zero

p=zeros(69,1);

%% Relação entre as variáveis calculadas e elementos do vetor resultado

S1c = x(1);	W1c = x(15);	CW1c = x(18);	CS1c = x(32);
S2c = x(2);	W2c = x(16);	CW2c = x(19);	CS2c = x(33);
S3c = x(3);	W3c = x(17);	CW3c = x(20);	CS3c = x(34);
S4c = x(4);		CW4c = x(21);	CS4c = x(35);
S5c = x(5);		CW5c = x(22);	CS5c = x(36);
S6c = x(6);		CW6c = x(23);	CS6c = x(37);
S7c = x(7);		CW7c = x(24);	CS7c = x(38);
S8c = x(8);		CW8c = x(25);	CS8c = x(39);
S9c = x(9);		CW9c = x(26);	CS9c = x(40);
S10c = x(10);		CW10c = x(27);	CS10c = x(41);
S11c = x(11);		CW11c = x(28);	CS11c = x(42);
S12c = x(12);		CW12c = x(29);	CS12c = x(43);
S13c = x(13);		CW13c = x(30);	CS13c = x(44);
S14c = x(14);		CW14c = x(31);	CS14c = x(45);

L1 = x(46);	L7 = x(52);	L13 = x(58);	L19 = x(64);
L2 = x(47);	L8 = x(53);	L14 = x(59);	L20 = x(65);
L3 = x(48);	L9 = x(54);	L15 = x(60);	L21 = x(66);
L4 = x(49);	L10 = x(55);	L16 = x(61);	L22 = x(67);
L5 = x(50);	L11 = x(56);	L17 = x(62);	L23 = x(68);
L6 = x(51);	L12 = x(57);	L18 = x(63);	L24 = x(69);

%% Derivada em relação à vazão de sólidos (Si)

p(1) = -2*(S1 - S1c)*WS1 + L1 + L9*(1/cw1c-1) + L17*cs1c;
p(2) = -2*(S2 - S2c)*WS2 - L1 + L2 - L9*(1/cw2c-1) + L10*(1/cw2c-1) -
L17*cs2c + L18*cs2c;
p(3) = -2*(S3 - S3c)*WS3 - L2 + L3 - L10*(1/cw3c-1) + L11*(1/cw3c-1) -
L18*cs3c + L19*cs3c;
p(4) = -2*(S4 - S4c)*WS4 - L3 + L4 - L11*(1/cw4c-1) + L12*(1/cw4c-1) -
L19*cs4c + L20*cs4c;
p(5) = -2*(S5 - S5c)*WS5 - L4 - L12*(1/cw5c-1) - L20*cs5c;
p(6) = -2*(S6 - S6c)*WS6 - L1 - L9*(1/cw6c-1) - L17*cs6c;
p(7) = -2*(S7 - S7c)*WS7 - L3 + L5 - L11*(1/cw7c-1) + L13*(1/cw7c-1) -
L19*cs7c + L21*cs7c;

```

p(8 ) = -2*(S8 - S8c)*wS8 - L5 + L6 - L13*(1/cw8c-1) + L14*(1/cw8c-1) -
L21*cs8c + L22*cs8c;
p(9 ) = -2*(S9 - S9c)*wS9 - L5 + L8 - L13*(1/cw9c-1) + L16*(1/cw9c-1) -
L21*cs9c + L24*cs9c;
p(10) = -2*(S10 - S10c)*wS10 - L8 - L16*(1/cw10c-1) - L24*cs10c;
p(11) = -2*(S11 - S11c)*wS11 + L6 - L8 + L14*(1/cw11c-1) - L16*(1/cw11c-1)
+ L22*cs11c - L24*cs11c;
p(12) = -2*(S12 - S12c)*wS12 - L6 + L7 - L14*(1/cw12c-1) + L15*(1/cw12c-1)
- L22*cs12c + L23*cs12c;
p(13) = -2*(S13 - S13c)*wS13 + L1 - L7 + L9*(1/cw13c-1) - L15*(1/cw13c-1) +
L17*cs13c - L23*cs13c;
p(14) = -2*(S14 - S14c)*wS14 + L4 - L7 + L12*(1/cw14c-1) - L15*(1/cw14c-1)
+ L20*cs14c - L23*cs14c;

```

%% Derivada em relação à vazão de água (Wi)

```

p(15) = -2*(W1 - W1c)*wW1 + L10;
p(16) = -2*(W2 - W2c)*wW2 + L16;
p(17) = -2*(W3 - W3c)*wW3 + L14;

```

%% Derivada em relação à concentração de sólidos (cw)

```

p(18) = -2*(cw1 - cw1c)*wcw1 + L9*S1c*(-cw1c^-2);
p(19) = -2*(cw2 - cw2c)*wcw2 - L9*S2c*(-cw2c^-2) + L10*S2c*(-cw2c^-2);
p(20) = -2*(cw3 - cw3c)*wcw3 - L10*S3c*(-cw3c^-2) + L11*S3c*(-cw3c^-2);
p(21) = -2*(cw4 - cw4c)*wcw4 - L11*S4c*(-cw4c^-2) + L12*S4c*(-cw4c^-2);
p(22) = -2*(cw5 - cw5c)*wcw5 - L12*S5c*(-cw5c^-2);
p(23) = -2*(cw6 - cw6c)*wcw6 - L9*S6c*(-cw6c^-2);
p(24) = -2*(cw7 - cw7c)*wcw7 - L11*S7c*(-cw7c^-2) + L13*S7c*(-cw7c^-2);
p(25) = -2*(cw8 - cw8c)*wcw8 - L13*S8c*(-cw8c^-2) + L14*S8c*(-cw8c^-2);
p(26) = -2*(cw9 - cw9c)*wcw9 - L13*S9c*(-cw9c^-2) + L16*S9c*(-cw9c^-2);
p(27) = -2*(cw10 - cw10c)*wcw10 - L16*S10c*(-cw10c^-2);
p(28) = -2*(cw11 - cw11c)*wcw11 + L14*S11c*(-cw11c^-2) - L16*S11c*(-cw11c^-2);
p(29) = -2*(cw12 - cw12c)*wcw12 - L14*S12c*(-cw12c^-2) + L15*S12c*(-cw12c^-2);
p(30) = -2*(cw13 - cw13c)*wcw13 + L9*S13c*(-cw13c^-2) - L15*S13c*(-cw13c^-2);
p(31) = -2*(cw14 - cw14c)*wcw14 + L12*S14c*(-cw14c^-2) - L15*S14c*(-cw14c^-2);

```

%% Derivada em relação ao teor de ouro (Csi)

```

p(32) = -2*(cs1 - cs1c)*wcs1 + L17*S1c;
p(33) = -2*(cs2 - cs2c)*wcs2 - L17*S2c + L18*S2c;
p(34) = -2*(cs3 - cs3c)*wcs3 - L18*S3c + L19*S3c;
p(35) = -2*(cs4 - cs4c)*wcs4 - L19*S4c + L20*S4c;
p(36) = -2*(cs5 - cs5c)*wcs5 - L20*S5c;
p(37) = -2*(cs6 - cs6c)*wcs6 - L17*S6c;
p(38) = -2*(cs7 - cs7c)*wcs7 - L19*S7c + L21*S7c;
p(39) = -2*(cs8 - cs8c)*wcs8 - L21*S8c + L22*S8c;
p(40) = -2*(cs9 - cs9c)*wcs9 - L21*S9c + L24*S9c;
p(41) = -2*(cs10 - cs10c)*wcs10 - L24*S10c;
p(42) = -2*(cs11 - cs11c)*wcs11 + L22*S11c - L24*S11c;
p(43) = -2*(cs12 - cs12c)*wcs12 - L22*S12c + L23*S12c;
p(44) = -2*(cs13 - cs13c)*wcs13 + L17*S13c - L23*S13c;
p(45) = -2*(cs14 - cs14c)*wcs14 + L20*S14c - L23*S14c;

```

%% RESTRINÇÕES %%

%% Balanço de Sólidos

$$\begin{aligned}
 p(46) &= S1c + S13c - S2c - S6c; \\
 p(47) &= S2c - S3c; \\
 p(48) &= S3c - S4c - S7c; \\
 p(49) &= S4c + S14c - S5c; \\
 p(50) &= S7c - S8c - S9c; \\
 p(51) &= S8c + S11c - S12c; \\
 p(52) &= S12c - S14c - S13c; \\
 p(53) &= S9c - S10c - S11c;
 \end{aligned}$$

%% Balanço de Água

$$\begin{aligned}
 p(54) &= S1c*(1/cw1c-1) + S13c*(1/cw13c-1) - S2c*(1/cw2c-1) - S6c*(1/cw6c-1); \\
 p(55) &= S2c*(1/cw2c-1) - S3c*(1/cw3c-1) + W1c; \\
 p(56) &= S3c*(1/cw3c-1) - S4c*(1/cw4c-1) - S7c*(1/cw7c-1); \\
 p(57) &= S4c*(1/cw4c-1) + S14c*(1/cw14c-1) - S5c*(1/cw5c-1); \\
 p(58) &= S7c*(1/cw7c-1) - S8c*(1/cw8c-1) - S9c*(1/cw9c-1); \\
 p(59) &= S8c*(1/cw8c-1) + S11c*(1/cw11c-1) - S12c*(1/cw12c-1) + W3c; \\
 p(60) &= S12c*(1/cw12c-1) - S14c*(1/cw14c-1) - S13c*(1/cw13c-1); \\
 p(61) &= S9c*(1/cw9c-1) - S10c*(1/cw10c-1) - S11c*(1/cw11c-1) + W2c;
 \end{aligned}$$

%% Balanço de Metalúrgico

$$\begin{aligned}
 p(62) &= S1c*cs1c + S13c*cs13c - S2c*cs2c - S6c*cs6c; \\
 p(63) &= S2c*cs2c - S3c*cs3c; \\
 p(64) &= S3c*cs3c - S4c*cs4c - S7c*cs7c; \\
 p(65) &= S4c*cs4c + S14c*cs14c - S5c*cs5c; \\
 p(66) &= S7c*cs7c - S8c*cs8c - S9c*cs9c; \\
 p(67) &= S8c*cs8c + S11c*cs11c - S12c*cs12c; \\
 p(68) &= S12c*cs12c - S14c*cs14c - S13c*cs13c; \\
 p(69) &= S9c*cs9c - S10c*cs10c - S11c*cs11c;
 \end{aligned}$$

APÊNDICE C

Código computacional utilizado para ajuste da distribuição experimental do circuito de moagem-classificação ao modelo

APÊNDICE C – Código utilizado para ajuste da distribuição experimental do circuito de moagem-classificação ao modelo

```
%%%%%%%%%%%%%% PROGRAMA PRINCIPAL %%%%%%%%%%%%%%%
```

```
clear all
clf
clc
format long
global tSC ESC TSC

% % load xxx.prn - ferramenta para carregamento de arquivo.
load ESC_60.prn
load SC_60.prn

% % carregamento de vetores do arquivo entrada.
TSC = ESC_60(:,1);
ESC = ESC_60(:,2);

% % Vetor de dados
tSC = SC_60(:,1);
clear ESC

% Entrada de dados - condições iniciais - parâmetros ajustáveis %
a = 0.4936;
b = 0.9057;
td = 1.2; t1 = 0.41; t2 = 1.95;
t3 = 4.18; t4 = 4.76; t5 = 2.74;

% % Vetor semente ou chute inicial (x0)
x0 = [t1 t2 t3 t4 t5 td a b];

% % Função de otimização
options = optimset('TolFun', 1e-18);

x = fminunc('aux_SC_model',x0,options);

t1c = x(1)
t2c = x(2)
t3c = x(3)
t4c = x(4)
t5c = x(5)
tdc = x(6)
ac = x(7)
bc = x(8)
```

J

%%%%%%%%%%%%%% PROGRAMA AUXILIAR %%%%%%%%%%%%%%%

```
function J=aux_SC_model(x0)
```

global tSC ESC TSC

$$t1 = x0(1)$$
$$t_2 = x_0(2)$$
$$t_3 = x_0(3)$$
$$t_4 = x_0(4)$$
$$t5 = x0(5)$$
 td = x0(6) |
$$a = x_0(7)$$
$$b = x_0(8)$$

```
s = tf('s');
```

```
Gm1 = tf(1, [t1 1]);
```

```
Gm2 = tf(1, [t2 1]);
```

```
Gt1 = tf(1, [t3 1]);
```

```
Gt2 = tf(1, [t4 1]);
```

```
Gt3 = tf(1, [t5 1]);
```

$$G_d = \exp(-t_d * s);$$
$$G1 = (Gm1^2) * Gm2 * Gt1;$$
$$G2 = Gt2 * Gt3;$$
$$Gr = Gd^*(((G1^*(1-a) + G1^*G2^*a*b)/(1 - G1^*G2^*(1-b)^*a)));$$

```
[ESCc,TSC] = impulse(Gr,TSC);
```

```
EESC = interp1(TSC,ESC,tSC);
```

$$EESC_c = \text{interp1}(TSC, ESC_c, tSC);$$
$$J = \text{sum}((\text{EESCc} - \text{EESC}).^2)$$

```
if x0 >= 0.0
```

$$J = J$$

else

J = 99

end

```
plot(tSC,EESC,'xr', TSC,ESCc)
```

```
pause(0.001)
```

APÊNDICE D

Código computacional utilizado para ajuste da distribuição experimental do circuito de lixiviação

APÊNDICE D – Código utilizado para a obtenção dos ajustes das distribuições experimentais do circuito de lixiviação

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% PROGRAMA PRINCIPAL %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
clear all
clf
clc
global t24 E24 r n m

% % load tanque_24.prn - ferramenta para carregamento de arquivo.
load tanque_24.prn
load tq_24.prn

% % carregamento de vetores do arquivo entrada.
t24 = tanque_24(:,1);
E24 = tanque_24(:,2);

% % Vetor de dados
T24=tq_24(:,1)*60; r=T24;
clear tanque_24

% Entrada de dados - parâmetros operacionais %
n = 9;          % número de tanques CSTR %
m = 4;          % número de tanques CSTR-ZM %

% Entrada de dados - condições iniciais - parâmetros ajustáveis %
t1 = 150.0;      % tmr de cada tanque CSTR do primeiro ramo %
t2 = 125.0;      % tmr de cada Cholette-Cloutier do primeiro ramo %
t3 = 150.0;
h = 0.5; fa = 0.5;

% % Vetor semente ou chute inicial (x0)
x0 = [t1 t2 t3 h fa];

% % Função de otimização
options = optimset('TolFun', 1e-18);

x = fminunc('aux_tanque_24',x0,options);

t1c = x(1)
t2c = x(2)
t3c = x(3)
hc = x(4)
fac = x(5)

J
```

[illegible][illegible]

APÊNDICE E

Produções bibliográficas

Durante a construção desta pesquisa alguns trabalhos (aceitos, apresentados, publicados e submetidos) foram desenvolvidos. Estes são listados abaixo:

- **Artigo completo apresentado e publicado nos anais do XXV Encontro Nacional de Tratamento de Minérios e Metalurgia Extrativa (XXV ENTMME) / VIII Meeting of the Southern Hemisphere on Mineral Technology e submetido à publicação na revista HOLOS**

DE JESUS, E. B., DE VASCONCELOS, C. S. A., DE ANDRADE LIMA, L. R. P. **Avaliação da hidrodinâmica de um circuito industrial de cianetação de ouro.** In. XXV ENTMME, Goiania, Brasil, p.349-356, 2013.

- **Artigo aceito para apresentação oral no XX Congresso Brasileiro de Engenharia Química 2014 (COBEQ 2014) a ser publicado nos anais deste congresso**

DE JESUS, E. B., DE ANDRADE LIMA, L. R. P. **Avaliação hidrodinâmica de um circuito industrial de moagem-classificação.** In. XX COBEQ, Florianópolis, Brasil, 2014.